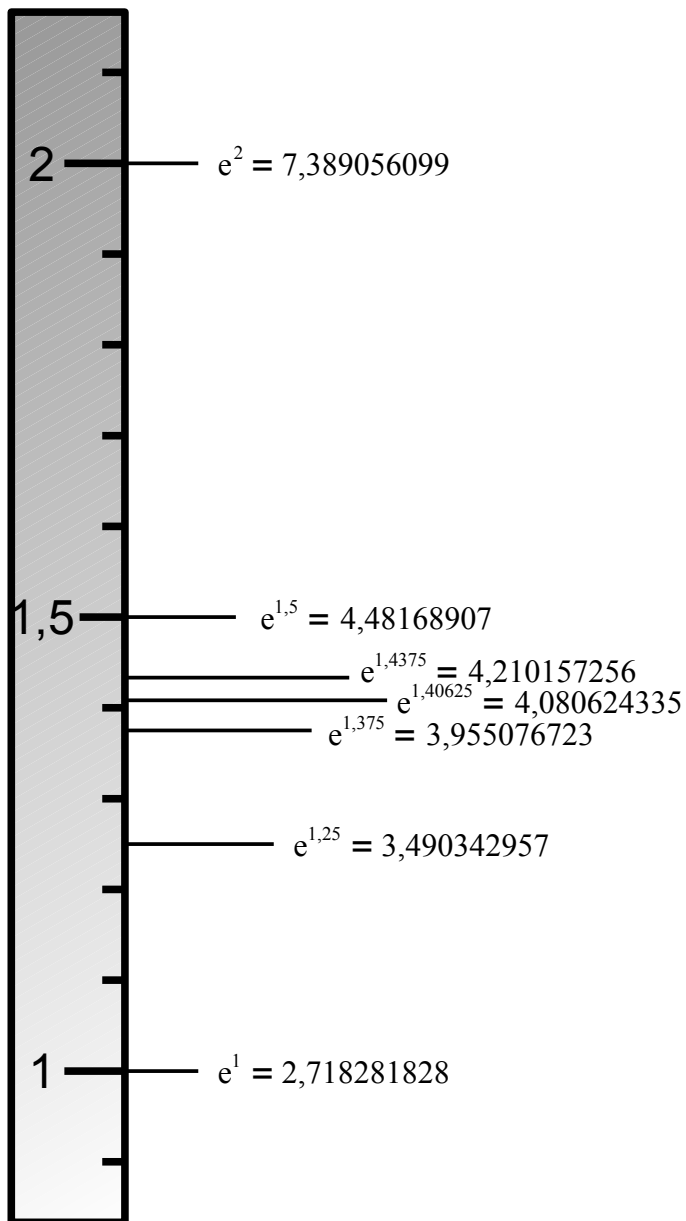


Der natürliche Logarithmus

Gesucht ist die Lösungsmenge für x der Gleichung:

$$e^x = 4$$

Lösung: Durch Ausprobieren



$$e^x = 4 \Rightarrow x \approx 1,4$$

Merke:

$$e^x = y \Leftrightarrow \ln y = x$$

$\ln y$ ist der natürliche Logarithmus von y .

Beispiele:

$$\ln e^3 = 3$$

$$\text{denn, } e^3 = y \Rightarrow \ln y = 3 \Rightarrow \ln e^3 = 3$$

$$\ln \frac{1}{e} = -1$$

$$\text{denn, } \frac{1}{e} = e^{-1} = y \Rightarrow \ln y = -1 \Rightarrow \ln \frac{1}{e} = -1$$

$$e^{\ln 0,2} = 0,2$$

$$\text{denn, } \ln 0,2 = x \Rightarrow e^x = 0,2 \Rightarrow e^{\ln 0,2} = 0,2$$

Merke:

1. $\ln e^x = x$
2. $e^{\ln y} = y$
3. $\ln y$ mit $y \leq 0$ ist nicht definiert, da $e^x > 0$ für alle x .

Sonderfälle

Gesucht ist die Lösungsmenge für x der Gleichung $e^x = -2$.

Lösung: Es gibt keine Lösung für x , denn es ist $e > 0$ und damit ist auch jede Potenz von e größer 0.

$$L = \{\}$$

Aufgaben

Gesucht ist die jeweilige Lösungsmenge für x :

1. $e^x = 4$

Lösung:

$$\begin{aligned} e^x &= 4 & | \ln \\ x &= \ln(4) \\ x &\approx 1.386 \end{aligned}$$

$$L = \{\ln(4)\} \quad (= \{1.386\})$$

2. $e^x = 2$

Lösung:

$$\begin{aligned} e^x &= 2 & | \ln \\ x &= \ln(2) \\ x &\approx 0.693 \end{aligned}$$

$$L = \{\ln(2)\} \quad (= \{0.693\})$$

3. $e^x - 5 = 0$

Lösung:

$$\begin{aligned} e^x - 5 &= 0 & | +5 \\ e^x &= 5 & | \ln \\ x &= \ln(5) \\ x &\approx 1.609 \end{aligned}$$

$$L = \{\ln(5)\} \quad (= \{1.609\})$$

4. $e^x + 7 = 0$

Lösung:

$$\begin{aligned} e^x + 7 &= 0 & | -7 \\ e^x &= -7 \\ &\Rightarrow \text{hat keine Lösung} \end{aligned}$$

$$L = \{\}$$

5. $e^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Lösung:

$$\begin{aligned} e^x + \frac{1}{4} &= \frac{1}{2} & | -\frac{1}{4} \\ e^x &= \frac{1}{4} & | \ln \\ x &= \ln\left(\frac{1}{4}\right) \\ x &\approx -1.386 \end{aligned}$$

$$L = \left\{ \ln\left(\frac{1}{4}\right) \right\} \quad (= \{-1.386\})$$