Umkehrfunktion: rechnerisch untersuchen

Umkehrfunktionen zeichnen

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x)=x^3+1$, $x\in\mathbb{R}$. Die Wertetabelle dazu ist rechts zu sehen.

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	-63	-7	1	9	65

Eine Funktion $\bar{f}$, für die $f(x_0)=y_0 \Rightarrow \bar{f}(y_0)=x_0$ gilt, wird **Umkehrfunktion** genannt. Das Bedeutet, wenn $P(x_0\,|\,y_0)$ ein Punkt auf K_f ist, dann ist $\bar{P}(y_0\,|\,x_0)$ ein Punkt auf $K_{\bar{f}}$.

Vervollständigen Sie nebenstehende Wertetabelle:

x	-63	-7	1	9	65
$\bar{f}(x)$	*-4*	*-2*	*0*	*2*	*4*

Lösung in ①

Umkehrfunktion ermitteln

Fügen Sie in der Tabelle die Rechenschritte für $f(x)=x^3+1$ ein:

Beschreibung	Rechenschritt
Ersetzen Sie in der Funktionsgleichung $f(x)$ durch y	$y=x^3+1$
Vertauschen Sie die Variablen x und y	$x=y^3+1$
Lösen Sie die Gleichung nach y auf	$\sqrt[3]{x-1}=y$
Ersetzen Sie in der Gleichung y durch $\bar{f}(x)$	$\bar{f}(x)=\sqrt[3]{x-1}$

Lösung in ②

Vergleichen Sie die Wertetabelle von $\bar{f}(x)$ mit der oben.

Existiert immer eine Umkehrfunktion?

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von $p(x)=x^2$.

Beschreibung	Rechenschritt
Ersetzen Sie in der Funktionsgleichung $p(x)$ durch y	$y=x^2$
Vertauschen Sie die Variablen x und y	$x=y^2$
Löse Sie die Gleichung nach y auf	$\pm\sqrt{x}=y$

Lösung in ③

Kann dies eine Funktionsgleichung sein? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Lösung in ④

Die Gleichung kann keine Funktionsgleichung sein, da einem x-Wert zwei verschiedene y-Werte zugeordnet werden.

Einschränkung des Definitionsbereichs

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $\bar{f}$ zu $f(x)=\sqrt{(x)}$, $x\in\mathbb{R}, 0\le x$.

Beschreibung	Rechenschritt
Ersetzen Sie in der Funktionsgleichung $f(x)$ durch y	$x=\sqrt{y}$
Vertausche Sie die Variablen x und y	$y=x^2$
Löse Sie die Gleichung nach y auf	$\bar{f}(x)=x^2$

Lösung in ⑤

Geben Sie den Definitionsbereich von $\bar{f}(x)$ an: $x \in IR$

Lösung 1 Lösung 2 Lösung 3 Lösung 4 Lösung 5

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2015 Henrik Horstmann