Lösungsvorschläge

Schnittpunkte berechnen

a)
$$\begin{aligned}
-3x^2+8x+8 &= 8x+5 && \mid -8x-5\\
-3x^2+3 &= 0 && \mid -8\\
-3x^2 &= -3 && \mid \div(-3)\\
x^2 &= 1 && \mid \sqrt{\ }\\
x_{1,2} &= \pm\sqrt{1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= 1 && \Rightarrow\ y_1=8+5=13\\
x_2 &= -1 && \Rightarrow\ y_2=-8+5=-3
\end{aligned}$$

$\Rightarrow\ S_1=(-1|-3)\ \wedge\ S_2=(1|13)$

b)
$$\begin{aligned}
2x^2+5x-20 &= 7x-8 && \mid -7x+8\\
2x^2-2x-12 &= 0
\end{aligned}$$

Setze $a=2,\ b=-2,\ c=-12$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= \frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot2\cdot(-12)}}{2\cdot2}\\
&= \frac{2\pm\sqrt{4+96}}{4}\\
&= \frac{2\pm\sqrt{100}}{4}\\
&= \frac{2\pm10}{4}\\
x_1 &= 3 && \Rightarrow\ y_1=7\cdot3-8=13\\
x_2 &= -2 && \Rightarrow\ y_2=7\cdot(-2)-8=-22
\end{aligned}$$

$\Rightarrow\ S_1=(3|13)\ \wedge\ S_2=(-2|-22)$

c)
$$\begin{aligned}
x^2+4x-4 &= 4x-6 && \mid -4x+6\\
x^2+2 &= 0 && \mid +4\\
x^2 &= -2 && \mid \sqrt{\ }\\
x_{1,2} &= \pm\sqrt{-2}
\end{aligned}$$

$\sqrt{-2}$ hat keine Lösung $\Rightarrow$ es gibt keine Schnittpunkte

d) $-3x^2+30x-74 = 1 \quad |-1$

$-3x^2+30x-75 = 0$

Setze $a=-3$, $b=30$, $c=-75$ in die Lösungsformel ein:

$$x_{1,2} = \frac{-30\pm\sqrt{(30)^2-4\cdot(-3)\cdot(-75)}}{2\cdot(-3)} = \frac{-30\pm\sqrt{900-900}}{-6} = \frac{-30\pm\sqrt{0}}{-6} = \frac{-30\pm0}{-6}$$

$x_1 = 5 \quad \Rightarrow y_1=1$

$x_2 = 5 \quad \Rightarrow y_2=1$

$\Rightarrow S=(5|1)$

e) $4x^2-3x-9 = x^2+9x+6 \quad |-x^2-9x-6$

$3x^2-12x-15 = 0$

Setze $a=3$, $b=-12$, $c=-15$ in die Lösungsformel ein:

$$x_{1,2} = \frac{12\pm\sqrt{(-12)^2-4\cdot3\cdot(-15)}}{2\cdot3} = \frac{12\pm\sqrt{144+180}}{6} = \frac{12\pm\sqrt{324}}{6} = \frac{12\pm18}{6}$$

$x_1 = -1 \quad \Rightarrow y_1=(-1)^2-9\cdot(-1)+6=16$

$x_2 = 5 \quad \Rightarrow y_2=5^2-9\cdot(5)+6=-14$

$\Rightarrow S_1=(-1|16) \wedge S_2=(5|-14)$

f) $7x^2-5x-19 = 4x^2-5x+8 \quad |-4x^2+5x-8$

$3x^2-27 = 0 \quad |+19$

$3x^2 = 27 \quad |\div 3$

$x^2 = 9 \quad |\sqrt{\ }$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$

$x_1 = 3 \quad \Rightarrow y_1=4\cdot3^2-5\cdot3+8=29$

$x_2 = -3 \quad \Rightarrow y_2=4\cdot(-3)^2-5\cdot(-3)+8=59$

$\Rightarrow S_1=(3|29) \wedge S_2=(-3|59)$

Gleichungen zuordnen

A → 2

B → 4

C → 1

D → 5

E → 3

Modellierungsaufgaben

a) Gerade entlang des Laserstrahls: $g\colon\ y=\frac{1}{2}x$

Schnittstellen von Parabel und Gerade:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x &= \frac{1}{2}x \quad \Big|\cdot 2 \\ -x^2+5x &= x \quad \Big|-x \\ -x^2+4x &= 0 \end{aligned}$$

Setze $a=-1,\ b=4,\ c=0$ in die Lösungsformel ein:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot(-1)\cdot 0}}{2\cdot(-1)} \\ &= \frac{-4\pm\sqrt{16}}{-2} \\ &= \frac{-4\pm 4}{-2} \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

Der horizontalen Abstand der Punkte, an denen der Laserstrahl die Wasserfontäne trifft beträgt $x_2-x_1=4-0=4$ m .

b) Gerade entlang der Landebahn: $g\colon\ y=-\frac{1}{2}x+1$

Schnittstelle von Flugbahn und Landebahn berechnen:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{13}{5} &= -\frac{1}{2}x+1 && |\cdot 10\\
-x^2-5x+26 &= -5x+10 && |+5x-10\\
-x^2+16 &= 0 && |-26\\
-x^2 &= -16 && |\div(-1)\\
x^2 &= 16 && |\sqrt{\ }\\
x_{1,2} &= \pm\sqrt{16}\\
\\
x_1 &= 4\\
x_2 &= -4
\end{aligned}$$

Abstand zwischen Absprungstelle und Aufprall auf der Landebahn beträgt $(x_1-(-2{,}5))\cdot 10\,\text{m}=(4+2{,}5)\cdot 10\,\text{m}=65\,\text{m}$.