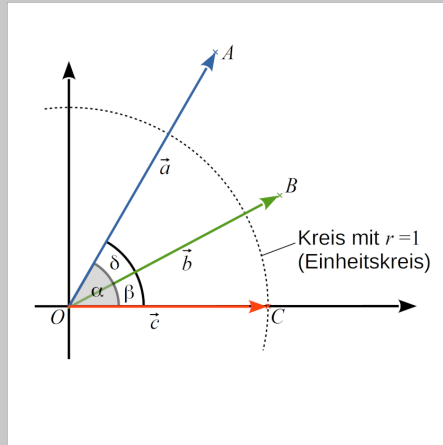


Winkel zwischen Vektoren (3)

Forschungsauftrag



- 1) Wählen Sie zwei beliebige Punkte A und B . Beide Punkte liegen im ersten Quadranten.

Dann sind $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$.

- 2) Berechnen Sie den Winkel α , der von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ eingeschlossen wird.

Lösung 1

- 3) Berechnen Sie den Winkel β , der von den Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ eingeschlossen wird.

Lösung 2

- 4) Berechnen Sie den Winkel δ zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Lösung 3

Gibt es einen einfacheren Weg über das Skalarprodukt $\vec{a} \circ \vec{b}$?

- 5) $\vec{a} = a \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = b \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix}$

Geben Sie Terme an, mit denen sich die Werte für a und b berechnen lassen.

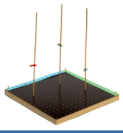
Lösung 4

- 6) $\vec{a} \circ \vec{b} = \left[a \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \right] \circ \left[b \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix} \right]$

Setzen Sie für a und b die Terme aus Auftrag 5 ein und führen Sie die Skalarmultiplikation der beiden Vektoren aus.

Lösung 5



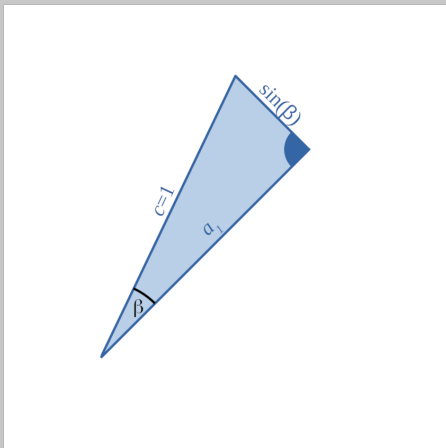


Vektorgeometrie

Ist das ganze eine Sackgasse oder ist es möglich den Term so umzubauen, dass er nicht mehr von α und β abhängig ist, sondern ausschließlich von dem Winkel δ ?

Das Additionstheorem $\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = ?$ wird weiter helfen, auch wenn in dem Term ein $-$ statt einem $+$ steht!

7)

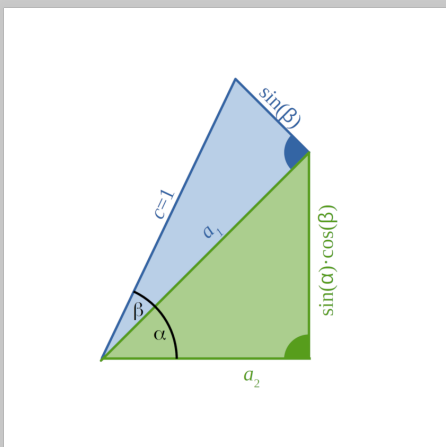


Bestimmen Sie a_1 .

Lösung 6



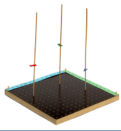
8)



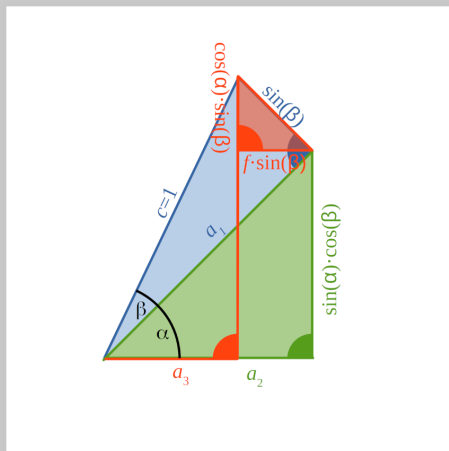
Bestimmen Sie a_2 .

Lösung 7





9)



Bestimmen Sie f und a_3 .

10) Berechnen Sie $\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = ?$

11) Der Kosinus ist symmetrisch zur y-Achse: $\cos(-\delta) = \cos(\delta)$

Der Sinus ist Punktsymmetrisch zum Ursprung: $\sin(-\delta) = -\sin(\delta)$

Zeigen Sie mit Hilfe der Symmetrieeigenschaften von Kosinus und Sinus, dass Sie in der Gleichung aus Auftrag 10 alle Plus und Minus vertauschen können.

12) Stellen Sie mit der Gleichung aus Auftrag 6 und dem Additionstheorem (Auftrag 11) einen Zusammenhang zwischen dem Skalarprodukt $\vec{a} \circ \vec{b}$ und dem Winkel δ her, der von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eingeschlossen wird.

13) Berechnen Sie den Winkel δ mit Hilfe des Skalarprodukts $\vec{a} \circ \vec{b}$ und überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit dem Ergebnis aus Auftrag 4.

Tipp 1

Lösung 8

Lösung 9

Lösung 10

Lösung 11

Lösung 12

