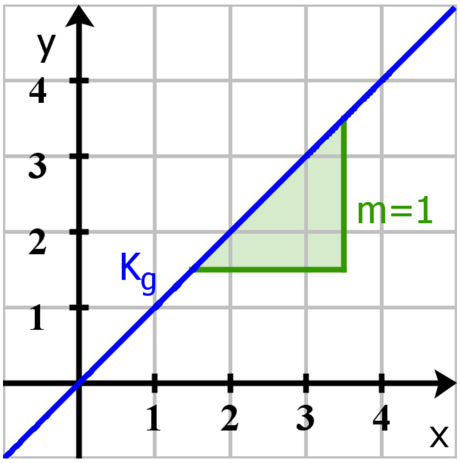
Lösungen zu Aufgaben zur Potenzregel

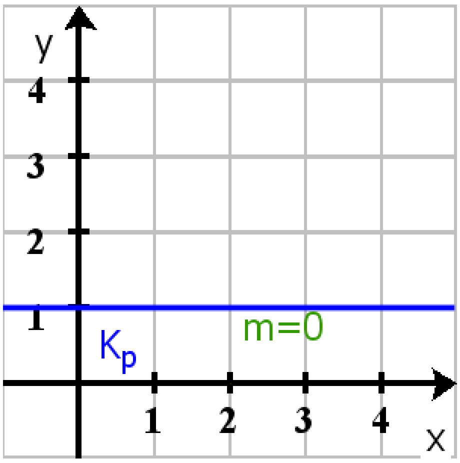
Spezialfälle

a) $g(x)=x=x^1 \Rightarrow g'(x)=1\cdot x^{1-1}=1\cdot x^0=1\cdot 1=1$



Der Graph von g ist eine Gerade mit der Steigung $m=1$. Das bedeutet, dass die Funktion g an jeder Stelle die Steigung 1 hat, was mit der berechneten Ableitungsfunktion übereinstimmt.

b) $p(x)=x^0 \Rightarrow p'(x)=0\cdot x^{-1}=0$



Der Graph von p ist eine Gerade mit der Steigung $m=0$. Das bedeutet, dass die Funktion p an jeder Stelle die Steigung 0 hat, was mit der berechneten Ableitungsfunktion übereinstimmt.

Negative Exponenten

a) $h(x)=\frac{1}{x^2}=x^{-2} \Rightarrow h'(x)=-2\cdot x^{-2-1}=-2\cdot x^{-3}=-\frac{2}{x^3}$, $h'(x)$ ist für alle $x\in\mathbb{R}^*$ definiert

$\Rightarrow$ h ist auf dem gesamten Definitionsbereich differenzierbar.

b) $f(x)=\frac{1}{x^n}=x^{-n} \Rightarrow f'(x)=-n\cdot x^{-n-1}=-\frac{n}{x^{n+1}}$, $f'(x)$ ist für alle $x\in\mathbb{R}^*$ definiert $\Rightarrow$ f ist auf dem gesamten Definitionsbereich differenzierbar.

Ableitungsfunktionen berechnen

a) $f(x)=x^6 \Rightarrow f'(x)=6x^{6-1}=6x^5$

Definitionsmenge von f: $x\in\mathbb{R}$

Definitionsmenge von f': $x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ f ist überall differenzierbar

b) $f(x)=x^{-3} \Rightarrow f'(x)=-3x^{-3-1}=-3x^{-4}$

Definitionsmenge von f: $x\in\mathbb{R}$

Definitionsmenge von f': $x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ f ist überall differenzierbar

c) $f(x)=x^{m+1} \Rightarrow f(x)=(m+1)\cdot x^{m+1-1}=(m+1)\cdot x^m=m\cdot x^m+x^m$

Definitionsmenge von f: $x\in\mathbb{R}$

Definitionsmenge von f': $x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ f ist überall differenzierbar

d) $f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$

Definitionsmenge von f: $x\in\mathbb{R}$

Definitionsmenge von f': $x\in\mathbb{R}^*$

$\Rightarrow$ f ist außer an der Stelle $x=0$ überall differenzierbar

e) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}=\frac{1}{x^{\frac{1}{5}}}=x^{-\frac{1}{5}} \Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{5}x^{-\frac{1}{5}-1}=-\frac{1}{5}x^{-\frac{6}{5}}=-\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{x^{\frac{6}{5}}}=-\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}}=-\frac{1}{5\cdot\sqrt[5]{x^6}}$

Definitionsmenge von f: $x\in\mathbb{R}$

Definitionsmenge von f': $x\in\mathbb{R}^*$

$\Rightarrow$ f ist außer an der Stelle $x=0$ überall differenzierbar