

Lösung 1



Lösung 2

$$\begin{aligned} \text{zu a)} \quad & (x - x_0) \cdot (x^2 + x \cdot x_0 + x_0^2) \\ &= x^3 + x^2 \cdot x_0 + x \cdot x_0^2 - x \cdot x_0^2 - x_0^3 \\ &= x^3 - x_0^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{zu b)} \quad & (x - x_0) \cdot (x^3 + x^2 \cdot x_0 + x \cdot x_0^2 + x_0^3) \\ &= x^4 + x^3 \cdot x_0 + x^2 \cdot x_0^2 + x \cdot x_0^3 - x^3 \cdot x_0 - x^2 \cdot x_0^2 - x \cdot x_0^3 - x_0^4 \\ &= x^4 - x_0^4 \end{aligned}$$

①

$$\begin{aligned} & (x - x_0) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} \cdot x_0 + x^{n-3} \cdot x_0^2 + \dots + x \cdot x_0^{n-2} + x_0^{n-1}) \\ &= x^n + x^{n-1} \cdot x_0 + x^{n-2} \cdot x_0^2 + \dots + x \cdot x_0^{n-1} - x^{n-1} \cdot x_0 - x^{n-2} \cdot x_0^2 - \dots - x_0^n \\ &= x^n - x_0^n \end{aligned}$$

②

3 Lösung

$$\begin{aligned} \frac{p(x) - p(x_0)}{x - x_0} &= \frac{x^4 - x_0^4}{x - x_0} = \frac{(x - x_0) \cdot (x^3 + x^2 \cdot x_0 + x \cdot x_0^2 + x_0^3)}{x - x_0} \\ &= x^3 + x^2 \cdot x_0 + x \cdot x_0^2 + x_0^3 \end{aligned}$$



4 Lösung

$$\begin{aligned} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} &= \frac{x^n - x_0^n}{x - x_0} \\ &= \frac{(x - x_0) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} \cdot x_0 + x^{n-3} \cdot x_0^2 + \dots + x \cdot x_0^{n-2} + x_0^{n-1})}{x - x_0} \\ &= x^{n-1} + x^{n-2} \cdot x_0 + x^{n-3} \cdot x_0^2 + \dots + x \cdot x_0^{n-2} + x_0^{n-1} \end{aligned}$$

5 Lösung



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
[Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).
 2020 Henrik Horstmann

$$p'(x) = \lim_{x_0 \rightarrow x} \frac{x^4 - x_0^4}{x - x_0} = x^3 + x^2 \cdot x + x \cdot x^2 + x^3 = x^3 + x^3 + x^3 + x^3 = 4x^3$$

$$f'(x) = \lim_{x_0 \rightarrow x} \frac{x^n - x_0^n}{x - x_0} = x^{n-1} + x^{n-2} \cdot x + x^{n-3} \cdot x^2 + \dots + x \cdot x^{n-2} + x^{n-1}$$

$$= \underbrace{x^{n-1} + x^{n-1} + x^{n-1} + \dots + x^{n-1}}_{n\text{-mal}} = n \cdot x^{n-1}$$