Potenzregel

Im folgenden wird untersucht, ob sich die Ableitungsfunktionen von Funktionen $f(x)=x^n$, $n\in\mathbb{Z}^*$ auch ohne explizite Grenzwertbildung bestimmen lässt. Dazu ist sehr Hilfreich folgende Termumformungen zu betrachten.

Binome multiplizieren

Vereinfachen Sie folgende Terme so weit wie möglich:

a) $(x-x_0)\cdot(x^2+x\cdot x_0+x_0^2)$

= ____

= ____

b) $(x-x_0)\cdot(x^3+x^2\cdot x_0+x\cdot x_0^2+x_0^3)$

= ____

= ____

Lösung 1

Stellen Sie eine Vermutung zu einer Verallgemeinerung an:

c) $(x-x_0)\cdot(x^{n-1}+x^{n-2}\cdot x_0+x^{n-3}\cdot x_0^2+\ldots+x\cdot x_0^{n-2}+x_0^{n-1})$

= ____

= ____

Lösung 2

Differenzenquotient für Potenzfunktionen

Es ist $p(x)=x^4$. Vereinfachen Sie den Differenzenquotient so weit wie möglich:

$$\frac{p(x)-p(x_0)}{x-x_0}=$$

Lösung 3

Allgemein: es ist $f(x)=x^n$, $x\in\mathbb{N}^*$.
Vereinfachen Sie den Differenzenquotient so weit wie möglich:

$$\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=$$

Lösung 4

Differentialquotient für Potenzfunktionen

$$f'(x)=\lim_{x_0\to x}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

a) Bilden Sie den Differentialquotient für $p(x)=x^4$:

b) Bilden Sie den Differentialquotient für $f(x)=x^n$, $n\in\mathbb{N}^*$:

Lösung 5