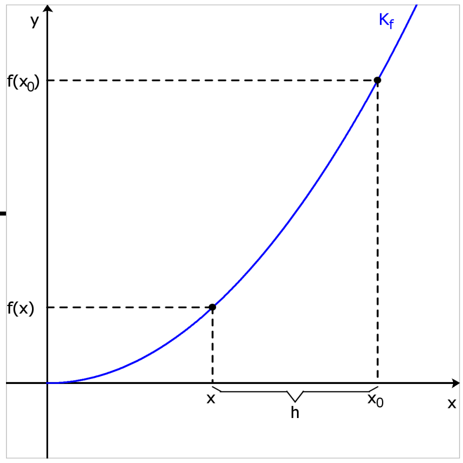
Differenzierbarkeit



Perspektivwechsel

Der Differentialquotient kann auf zwei verschiedenen Weisen dargestellt werden.

Aufgabe 1:

Lösung 1

Ergänzen Sie in den grauen Feldern die fehlenden Terme, so dass die Gleichung gilt.

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{x_0 \to x}\frac{f(x_0)-f(x)}{x_0 - x} \qquad (1)$$

Differenzenquotient der Wurzelfunktion

Aufgabe 2:

Sortieren Sie nebenstehende Terme in eine Reihenfolge, so dass in jedem Schritt nur eine Umformung vorgenommen wird. Beschreiben Sie jeden Umformungsschritt mit eigenen Worten. $f(x)=\sqrt{x}\,,\ x\in\mathbb{R}_+$

$$\frac{\sqrt{x_0}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x_0}-\sqrt{x})(\sqrt{x_0}+\sqrt{x})} \qquad \frac{1}{\sqrt{x_0}+\sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x_0}-\sqrt{x}}{x_0-x} \qquad \frac{\sqrt{x_0}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x_0})^2-(\sqrt{x})^2}$$

	Beschreibung
$\frac{f(x_0)-f(x)}{x_0-x}$	Definition von f anwenden
$=\frac{\sqrt{x_0}-\sqrt{x}}{x_0-x}$	Identität $(\sqrt{\ })^2$ im Nenner anwenden
$=\frac{\sqrt{x_0}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x_0})^2-(\sqrt{x})^2}$	3. binomische Formel anwenden
$=\frac{\sqrt{x_0}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x_0}-\sqrt{x})(\sqrt{x_0}+\sqrt{x})}$	kürzen
$=\frac{1}{\sqrt{x_0}+\sqrt{x}}$	

Lösung 2

Differentialquotient der Wurzelfunktion

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie den Grenzwert (1) aus Aufgabe 1 für die Funktion $f(x)=\sqrt{x}$, $x \in \mathbb{R}_+$:

$$\lim_{x_0 \to x} \frac{f(x_0)-f(x)}{x_0-x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Lösung 3

Aufgabe 4:

Für welche Werte von x ist der Grenzwert aus Aufgabe 3 nicht definiert?

$x \in \mathbb{R}_-$

Lösung 4