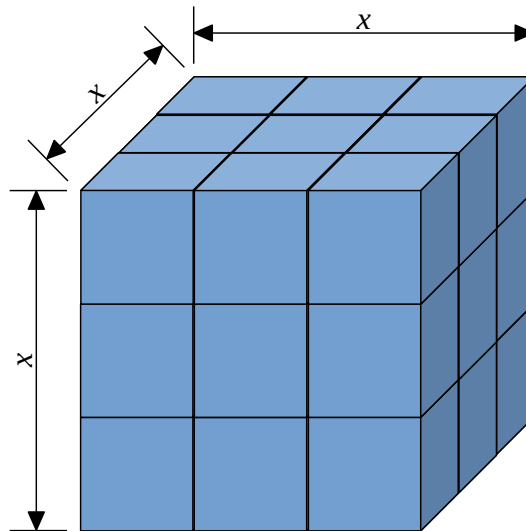


Momentane Änderungsrate (2)

Von 2D zu 3D

W_x ($x \in \mathbb{R}$) sind Würfel mit der Kantenlänge x .



- Bauen Sie W_3 aus Einheitswürfeln.
- Die Kantenlänge von W_3 wird um $h=1$ verlängert. Ergänzen Sie W_3 um die entsprechenden Einheitswürfel.
- Stellen Sie einen Term auf, mit dem aus der Kantenlänge x und der Verlängerung h die absolute Änderungsrate V_{absolut} des Volumens allgemein berechnet werden kann.
- Erweitern Sie den Term aus c), so dass auch die mittlere Änderungsrate V_{mittel} des Volumens allgemein berechnet werden kann.
- Leiten Sie einen Term zur Berechnung der momentanen Änderung V_{momentan} des Volumens her. Nutzen Sie dazu die Erkenntnisse bezüglich des Flächenzuwachs beim Quadrat.

Lösung 1 



Lösung 2 



Lösung 3 



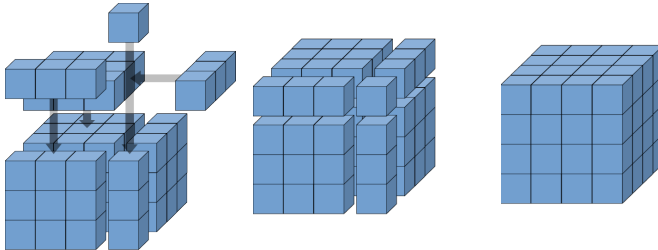
Lösung 4 



Lösungen

Von 2D zu 3D

zu a)



zu b)

$$\begin{aligned}
 A_{\text{absolut}} &= (x+h)^3 - x^3 \\
 &= (x+h)^2(x+h) - x^3 \\
 &= (x^2 + 2xh + h^2)(x+h) - x^3 \\
 &= x^3 + 2x^2h + xh^2 + x^2h + 2xh^2 + h^3 - x^3 \\
 &= 3x^2h + 3xh^2 + h^3 \\
 &= h(3x^2 + 3xh + h^2)
 \end{aligned}$$

zu c)

$$\begin{aligned}
 A_{\text{mittel}} &= \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\
 &= \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h} \\
 &= 3x^2 + 3xh + h^2
 \end{aligned}$$

zu d) $A_{\text{momentan}} = \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2$

