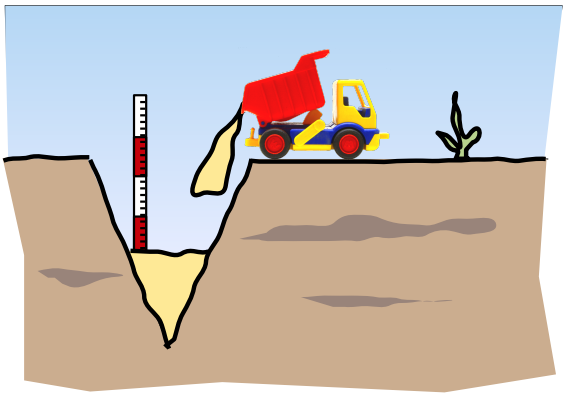
Mittlere Änderungsrate

Die Baugrube



Eine Baugrube wie in nebenstehender Abbildung wird mit Sand gefüllt. Während ein Kipplaster Sand einfüllt, macht sich schon ein zweiter bereit, so dass kontinuierlich Sand in die Grube eingefüllt wird.

Der Pegelstand steigt proportional zur Zeit. Das bedeutet, dass zwischen den Pegelständen 0 HE[1], 1 HE, 2 HE, … jeweils gleich viel Zeit vergeht.

Jeder Kipplaster hat ein Fassungsvermögen von 1 VE[2].

Absolute Änderung

Für eine Simulation zur Befüllung der Baugrube folgen Sie dem Link https://henriks-mathewerkstatt.de/pub/docs/diffModell/Prisma_Modell.html

Bestimmen Sie die benötigte Sandmenge in VE, um einen Pegelstand von

a) 2 HE **Lösung 1**

b) 4 HE **Lösung 2**

zu erreichen.

c) Bestimmen Sie eine Funktion mit der die Sandmenge in Abhängigkeit von der Pegelhöhe modelliert wird. **Lösung 3**

d) Berechnen Sie die Sandmenge, die benötigt wird um von 2 HE auf 4 HE zu gelangen **(absolute Änderung)**. **Lösung 4**

e) Geben Sie einen Term an, mit dem die absolute Änderung zwischen zwei Pegelständen x_1 und x_2 berechnet werden kann. **Lösung 5**

1 HE ist eine Höheneinheit (z.B. 1 m)
2 VE ist eine Volumeneinheit (z.B. 10 m^3)

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2021 Henrik Horstmann

Mittlere Änderung

Der Pegelstand wächst je ZE[3] um eine HE (siehe ersten Abschnitt „Die Baugrube“). Der Pegelstand in der Baugrube beträgt 1 HE.

Berechnen Sie die Sandmenge, die im durchschnitt je ZE eingefüllt werden muss, wenn der Pegelstand auf

a) 2 HE Lösung 6

b) 4 HE Lösung 7

ansteigen soll.

c) Berechnen Sie die Sandmenge, die im durchschnitt je ZE eingefüllt werden muss, wenn der Pegelstand von 2 HE auf 4 HE ansteigen soll **(mittlere Änderungsrate)**. Lösung 8

d) Geben Sie einen Term an, mit dem die im durchschnitt eingefüllte Sandmenge je ZE berechnet werden kann um den Pegelstand x_1 auf x_2 zu erhöhen. Lösung 9

e) Vergleichen Sie die Ergebnisse aus a) und b). Erklären Sie warum es zu unterschiedlichen Ergebnisse kommt. Lösung 10

Grafische Interpretation

Zeichnen Sie den Graphen K_f der Funktion f (siehe: *Absolute Änderung c)*).

Markieren Sie in K_f die Punkte, die einer Pegelhöhe von

a) 2 HE

b) 4 HE

entspricht.

Beschreiben Sie die Bedeutung der mittleren Änderungsrate für das Schaubild.

Lösung 11

3 ZE ist eine Zeiteinheit (z.B. 30 Minuten)

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2021 Henrik Horstmann

Ergebnisse

Absolute Änderung

zu a) $m_{\text{absolut}} = 4\,\text{VE}$

zu b) $m_{\text{absolut}} = 16\,\text{VE}$

zu c) $m_{\text{absolut}} = 16\,\text{VE} - 4\,\text{VE} = 12\,\text{VE}$

zu d) $f(x) = x^2 \;;\; x \in \mathbb{R}_+$

zu e) $m_{\text{absolut}}(x_1, x_2) = f(x_2) - f(x_1) = x_2^2 - x_1^2$

Mittlere Änderung

zu a) $m_{\text{mittel}} = \frac{4}{2} = 2\,\text{VE/ZE}$

zu b) $m_{\text{mittel}} = \frac{16}{4} = 4\,\text{VE/ZE}$

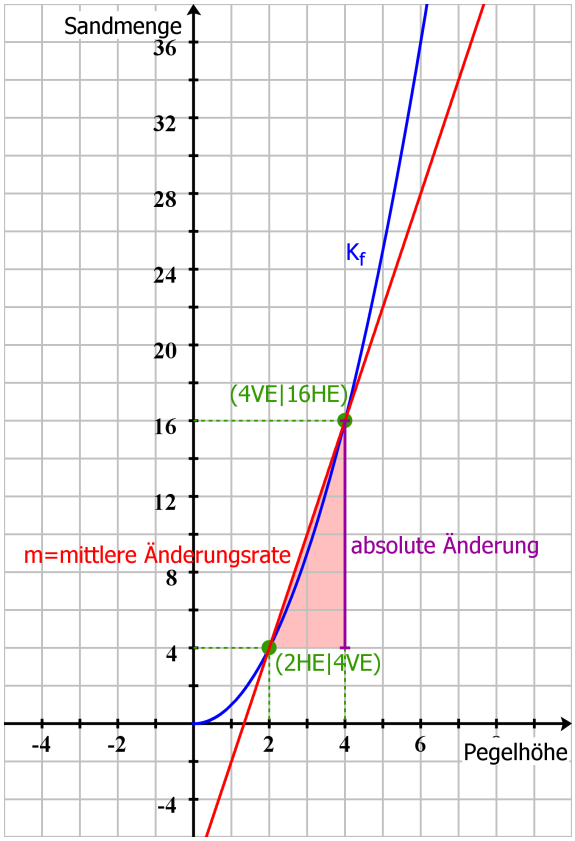
zu c) $m_{\text{mittel}} = \frac{16-4}{4-2} = \frac{12}{2} = 6\,\text{VE/ZE}$

zu d) $m_{\text{mittel}}(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2 - x_1} = x_2 + x_1$

zu e) Die mittleren Änderungsraten sind unterschiedlich groß, weil das Volumen von HE zu HE zunimmt, der Pegel aber proportional wächst. Das bedeutet, dass mit zunehmendem Pegelstand, mehr Sand je ZE benötigt wird.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2021 Henrik Horstmann

Grafische Interpretation



Die mittlere Änderungsrate entspricht der Steigung der Sekante durch die beiden markierten Punkte.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2021 Henrik Horstmann