

Kongruenz und Ähnlichkeit

Didaktische Anmerkungen

Zunächst werden kongruente Figuren betrachtet um schließlich den Kongruenzbegriff auf Ähnlichkeit zu erweitern.

Der Kongruenzbegriff wird an Dreiecken erarbeitet und schließlich auf beliebige Formen übertragen.

Unterrichtsplanung

Dauer: 180 Minuten

Material: Arbeitsblätter

1. Den Schülerinnen und Schülern wird ein Dreieck Vorgelegt (digital: Geogebra Applet *Dreieck* oder Aushang *Kongruenz.Dreieck.pdf*). Erhalten die Schülerinnen und Schüler das Dreieck digital, so lernen sie, wie in GeoGebra Streckenlängen und Winkelweiten gemessen werden können. Wird die analoge Version des Dreiecks verwendet, so sollte das Blatt ausgedruckt und im Klassenraum aufgehängt werden, so dass die Schülerinnen und Schüler zu dem Blatt hingehen und Messungen durchführen können.

Die Aufgabe besteht darin, eine exakte Kopie des Dreiecks anzufertigen und ihre Vorgehensweise zu beschreiben (Arbeitsauftrag Folie 1: *Kongruenz.Arbeitsaufträge.pdf*).

2. Im Plenum werden die verschiedenen Vorgehensweisen diskutiert und verglichen. Dabei liegt der Fokus auf der Frage, wie viele Informationen sind unbedingt nötig um die Kopie anzufertigen. Das führt direkt zu den Kongruenzsätzen am Dreieck: (die Auflistung ist nicht vollständig)

- ◆ **SSS**

Sind alle drei Seitenlängen zweier Dreiecke gleich, so sind sie kongruent.

- ◆ **SWS**

Sind zwei Seiten und der von den Seiten eingeschlossene Winkel bei zwei Dreiecken gleich, so sind sie kongruent.

- ◆ **WSW**

Sind zwei Innenwinkel, sowie die Seite zwischen diesen Winkeln bei zwei Dreiecken gleich, so sind sie kongruent.



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).
2021 Henrik Horstmann

◆ SSW

Sind zwei Seiten und der Winkel der der längeren der beiden Seiten gegenüberliegt bei zwei Dreiecken gleich, so sind sie kongruent.

3. Auf einem Arbeitsblatt (*Kongruenz.AB01.pdf*) werden die Ergebnisse festgehalten.
4. In einer Übung sollen die Erkenntnisse zur Anwendung gebracht werden. In der Rahmengeschichte wollen Chris und Paula ihr Bad mit einer Dreiecksfliese fliesen. Mit zwei Fliesen in Originalgröße (*Kongruenz.Kacheln_goss.pdf*) wird das zu fliesende Muster gezeigt. Um die Vorstellung von dem fertigen Boden zu verinnerlichen erhalten die Schülerinnen und Schüler ein Blatt mit Dreiecken, die den Fliesen entsprechen (*Kongruenz.Kachel_Kaldora.pdf*) und parkettieren sie auf einem DIN A4 Blatt.

In der Geschichte von Chris und Paula gehen während ihrer Renovierungsarbeiten die Fliesen aus. Paula fährt in den Baumarkt um Nachschub zu holen, vergisst aber ein Muster mitzunehmen. In einem Telefonat mit Chris, lässt sie sich alle relevanten Größenangaben geben. Die Schülerinnen und Schüler sollen aus drei Dreiecken dasjenige identifizieren, dass dem der Fliese entspricht, mit dem sie das DIN A4 Blatt parkettiert haben (digital GeoGebra Applets: *Dreieck01*, *Dreieck02*, *Dreieck03* oder Aushang: *Kongruenz.Dreiecke.pdf*)

5. Mit einem Arbeitsblatt (*Kongruenz.AB02.pdf*) werden Erkenntnisse gewonnen, welche Transformationen mit einer Figur ausgeführt werden können, so dass die transformierte Figur kongruent zur Ausgangsfigur ist. Dabei wird ein Dreieck ausgeschnitten und auf dem Arbeitsblatt auf einem der Dreiecke flächendeckend abgelegt. Die Schülerinnen und Schüler sollen nun das Dreieck so verschieben, drehen und wenden bis es Deckungsgleich auf dem anderen Dreieck liegt. Dabei notieren sie alle Bewegungen des Dreiecks.
6. Im Plenum werden auf dem Arbeitsblatt (*Kongruenz.AB02.pdf*) die drei Transformationen festgehalten, bei denen eine kongruente Figur entsteht: Verschieben, Drehen, Spiegeln.
7. Die Schülerinnen und Schüler erhalten eine Anleitung zur zentrischen Streckung (Folie 1 *Aehnlichkeit.Zentrische_Streckung.Folie.pdf*) und führen anhand der Anleitung eine zentrische Streckung durch (Arbeitsblatt *Aehnlichkeit.AB.01.pdf*).

Außerdem erhalten die Schülerinnen einen Forschungsauftrag zur zentrischen Streckung (Folie 2 *Aehnlichkeit.Zentrische_Streckung.Folie.pdf*).



8. Im Plenum werden die Ergebnisse des Forschungsauftrags diskutiert und nach Begründungen gesucht

- ◆ Welche Punkte sind gleichzeitig ihr eigener Bildpunkt (Fixpunkt)?

Nur das Streckungszentrum.

- ◆ Was kann über die Bildstrecke gesagt werden, wenn auf der Ausgangsstrecke das Streckungszentrum liegt?

Bildgerade und Ausgangsgerade sind identisch.

- ◆ Welche Gemeinsamkeiten haben Bildstrecke und Ausgangsstrecke?

Sie verlaufen in die gleiche Richtung und sind damit parallel. Hier kann ein mathematischer Widerspruchsbeweis demonstriert werden: Angenommen eine Gerade g (auf der nicht das Streckungszentrum Z liegt) ist nicht parallel zur Bildgeraden g' , dann schneiden sich die Geraden g und g' in einem Punkt S . S müsste damit ein Fixpunkt sein, was bedeutet, dass $S=Z$. Das war jedoch ausgeschlossen, womit die Annahme falsch und die Behauptung richtig ist.

- ◆ Wie verändern sich Winkel zwischen zwei Strecken durch die zentrische Streckung?

Winkel bleiben nach der Streckung erhalten, da alle Bildstrecken zu ihren Ausgangsstrecken parallel sind.

9. Es wird festgestellt, dass die zentrische Streckung zu einer Maßstabsgetreuen Vergrößerung/Verkleinerung der Figur führt.

Es folgt die Definition von „Ähnlichkeit“

10. Mit Übungen werden die Erkenntnisse zur Anwendung gebracht und das Wissen gefestigt.

