# Integralrechnung (Aufgaben)

## Aufgabe 1

Sei $K_f$ die Kurve einer Funktion $f$ mit $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$. Weiter ist $K_p$ eine nach unten geöffnete Parabel 2. Ordnung. $K_p$ ist symmetrisch zur y-Achse. $K_p$ und $K_f$ schneiden sich im Punkt $P(2 \mid 1)$. Die von $K_p$, $K_f$ und der Geraden mit der Gleichung $x=-2$ eingeschlossene Fläche hat einen Inhalt von $\frac{14}{3}$FE. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung zu $K_p$.

## Aufgabe 2

Gegeben ist eine Funktion $f$ mit $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2$ und $K_f$ die Kurve zu $f$. $K_f$ und die $x$-Achse schließen eine Fläche $A$ ein.

1. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche $A$.
2. Die Gerade mit der Gleichung $x=2$ unterteilt die Fläche $A$ in zwei Teilflächen. Berechnen Sie die Differenz der beiden Teilflächen.
3. Die Gerade mit der Gleichung $x=u$ $(u\in[0;3])$ unterteilt die Fläche $A$ in zwei Teilflächen. Bestimmen Sie $u$ so, dass die Differenz der beiden Teilflächen $2$FE beträgt.

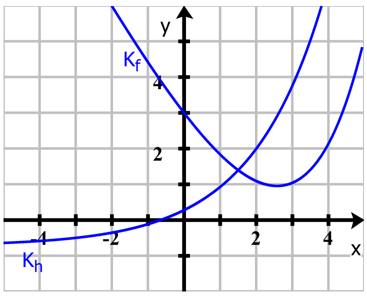
## Aufgabe 3

Sei $K_f$ das Schaubild von $f$ mit $f(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$ und $g$ eine Gerade mit der Gleichung $y=x+\frac{1}{2}$.

1. $g$ soll um den Punkt $P\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$ so gedreht werden, dass sie $K_f$ im Punkt $S\left(4 \,\middle|\, \frac{e^2}{2}\right)$ schneidet. Diese neue Gerade soll $h$ heißen. Geben Sie eine exakte Gleichung von $h$ an.
2. Zeigen Sie, das $h$ und $K_f$ nur zwei Schnittpunkte haben.
3. $h$ und $K_f$ schließen eine Fläche ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche.

## Aufgabe 4

Gegeben sind die Funktionen $f$ und $h$ mit $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-\frac{2}{3}e\,x+2$ und $h(x)=e^{\frac{x}{2}}-e+2$. Bestimmen Sie eine Zahl für $u>0$, so dass folgende Gleichung gilt: $\int_0^u (f(x)-h(x))dx=0$.




Erklären Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe von zwei geeigneten Flächenstücken und markieren Sie diese im nebenstehenden Schaubild.