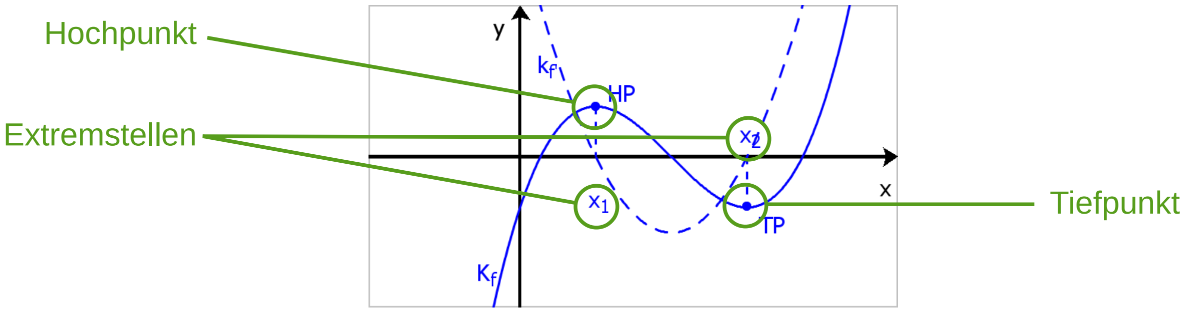
Extremstellen (2)



Stellen aus dem Definitionsbereich, an denen sich das Monotonieverhalten einer Funktion ändert heißen ***Extremstellen***. Die Kurvenpunkte an den Extremstellen sind entweder ***Hoch-*** (positive Steigung wechselt in negative Steigung) bzw. ***Tiefpunkte*** (negative Steigung wechselt in positive Steigung).

Hoch- und Tiefpunkte bestimmen

f ist eine Funktion mit $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-\frac{2}{3}$, $x\in\mathbb{R}$.

<u>**Aufgabe 1:**</u> Bestimmen Sie rechnerisch die Extremstellen von f und zeigen Sie, dass an den berechneten Stellen die Funktion f tatsächlich ihr Monotonieverhalten ändert.

$f'(x) = x^2 - 4x + 3$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 2 \pm 1$

$x = 1$ oder $x = 3$

$f''(x) = 2x - 4$

$f''(1) = -2$ und $f''(3) = 2 \Rightarrow f$ hat die Extremstellen

$x = 1$ bzw. $x = 3$

Aufgabe 2: Skizzieren Sie im Schaubild, dass sich ganz am Anfang des Arbeitsblatts befindet den Graphen $K_{f'}$ der Ableitungsfunktion f' von f.

Aufgabe 3: Formulieren Sie eine mathematische Bedingung, so dass Sie aus dem Monotonieverhalten von f' an einer Extremstelle von f schließen können, ob es sich um einen Hoch- oder Tiefpunkt handelt.

wenn f' an der Extremstelle fällt, dann ist an der Extremstelle ein Hochpunkt.
wenn f' an der Extremstelle steigt, dann ist an der Extremstelle ein Tiefpunkt.

$f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$

$\Rightarrow$ $(x_0 | f(x_0))$ sind die Koordinaten eines Hochpunktes von K_f

$f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) > 0$

$\Rightarrow$ $(x_0 | f(x_0))$ sind die Koordinaten eines Tiefpunktes von K_f