Extremstellen (1)

Änderung des Monotonieverhaltens

f ist eine Funktion mit $f(x)=\frac{1}{48}x^3(3x-11)$, $x\in\mathbb{R}$.

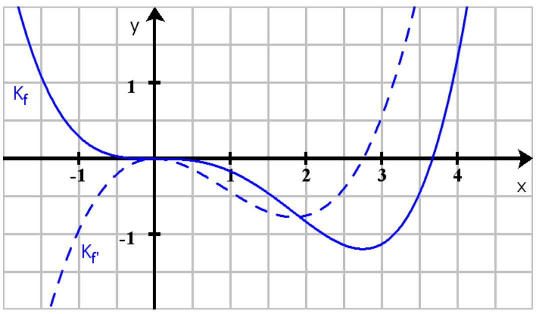
Aufgabe 1: Bestimmen Sie rechnerisch die Stellen, an denen f sein Monotonieverhalten ändert.

$f'(x) = 1/16 \cdot x^2 \cdot (4x-11)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x=0$ oder $x=11/4$

An den Stellen $x=0$ und $x=11/4$ hat K_f waagerechte Tangenten. Allerdings hat die Ableitungsfunktion an der Stelle $x=0$ eine doppelte Nullstelle, womit der Graph der Ableitungsfunktion die x-Achse nur berührt. An der Stelle $x=0$ ändert f somit nicht sein Monotonieverhalten, an der Stelle $x=11/4$ dagegen schon.

Aufgabe 2: K_f ist der Graph von f. Zeichnen Sie K_f in nebenstehendes Koordinatensystem und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse aus Aufgabe 1 mit Hilfe des Graphen.



Haben Sie in Ihren Ergebnissen ausschließlich Stellen, an denen f sein Monotonieverhalten ändert? Ist aus Ihrer Berechnung ersichtlich, dass dies die einzigen Stellen sind (Begründung)?

Wenn Sie beide Fragen mit ja beantworten können, dann machen Sie bitte mit Aufgabe 5 weiter. Ansonsten geht es mit Aufgabe 3 weiter.

Aufgabe 3: Entscheiden Sie für die Aussagen [1] und [2] ob sie jeweils richtig sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

[1] an der Stelle x_0 ändert f sein Monotonieverhalten $\Rightarrow$ x_0 ist eine Nullstelle von f'

[2] x_0 ist eine Nullstelle von f' $\Rightarrow$ an der Stelle x_0 ändert f sein Monotonieverhalten

Aussage [1] ist richtig, da an K_f an der Stelle x_0 eine waagerechte Tangente besitzt (Steigung 0), was bedeutet, x_0 ist eine Nullstelle von f'.

Aussage [2] ist falsch, denn f' hat an der Stelle x_0 eine Nullstelle aber f ändert an dieser Stelle offensichtlich nicht sein Monotonieverhalten (siehe Schaubild).

Lösung 1

Aufgabe 4: Machen Sie eine Aussage über das Monotonieverhalten von f' in einer Umgebung der Stelle x_0, wenn f ihr Monotonieverhalten an dieser Stelle ändert.

f' ist in der Umgebung von x_0 monoton steigend bzw. fallend.

Lösung 2

Aufgabe 5: Formulieren Sie mathematische Bedingungen für x_0, so dass sich eine Änderung des Monotonieverhaltens von f schließen lässt.

$f'(x_0)=0$ und $f''(x_0)\neq 0$