

Ableitung e-Funktion

Eulersche Zahl

$$e = \lim_{h \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^h = \lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$$

Ableitung der e-Funktion

Behauptung: $(e^x)' = e^x$

Beweis:

$$\begin{aligned} (e^x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x \cdot e^h - e^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x \cdot (e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} \\ &= e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\left(1 + \frac{1}{h}\right)^h\right) - 1}{h} = e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^1 - 1}{h} = e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1+h-1}{h} = e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} (1) = e^x \end{aligned}$$

