Abkühlungsprozess von Wasser

Material

- Wasserkocher
- hitzebeständiger Behälter mit einen Fassungsvermögen von 0,5-1 Liter
- präzises Thermometer mit Fühler, der in Flüssigkeiten verwendet werden kann
- Kurzzeitwecker (am besten mit Nachlaufzeit), z.B. der Timer eines Smartphones

Bei dem Thermometer ist es wichtig, dass es präzise arbeitet. Ob digital oder analog Technik spielt dabei keine Rolle. Analoge Technik hat sogar den Vorteil, das der „Blackbox“-Effekt weniger auftritt, als bei einem digitalen Thermometer, denn es ist auf den ersten Blick nicht ersichtlich, was die Elektronik in dem Gerät am Display wirklich anzeigt. Im übrigen bedeutet eine Anzeige von 1/10 Grad nicht unbedingt, dass das Thermometer 1/10 Grad genau misst. Daher ist beim Kauf auf die tatsächliche Messgenauigkeit zu achten.

Dauer

Erfassen von Messdaten		45 Minuten
Erfassen von Messdaten, zu Überprüfung des mathematische Modells	(optional)	25 Minuten
Gesamtdauer des Versuchs		45-70 Minuten

Versuchsvorbereitung

1. Raumtemperatur mit dem Thermometer bestimmen und notieren.
2. Wasser im Wasserkocher zum kochen bringen.
3. Das kochende Wasser in den Behälter einfüllen und den Fühler des Thermometers in dem heißen Wasser platzieren.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

Analogtechnik: Bratenthermometer

Digitaltechnik: Thermometer aus der Physiksammlung

4. Wird der Versuch im Klassenverbund durchgeführt, so sollte das Display des Thermometers mittels Dokumentenkamera und Beamer für alle Schülerinnen und Schüler sichtbar an die Wand projiziert werden. So ist gewährleistet, dass jede und jeder den Versuch direkt mitverfolgen kann.

   Eine Schülerin oder ein Schüler wird als Zeitwächter bestimmt und erhält den Kurzzeitwecker. In der Regel kann das eigene Smartphone hier gute Dienste leisten.

Messdatenerfassung

Vorweg sei gesagt, dass die Modellierung des Temperaturverlaufs umso besser dem tatsächlichen Temperaturverhalten entspricht, je präziser die Messdatenerfassung erfolgt. Für eine präzise Messdatenerfassung ist zum einen eine genaue Zeitmessung erforderlich, da sich die Temperatur gerade zu Beginn des Versuchs in kurzer Zeit besonders schnell verändert. Zum anderen ist ein möglichst genaues Thermometer für eine präzise Temperaturmessung nötig.

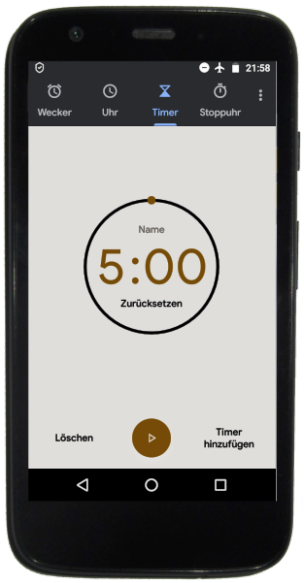
Im folgenden wird die Messdatenerfassung im Klassenverbund beschrieben. Erfolgt der Versuch in kleinen Schülergruppen, so ist das Vorgehen analog durchzuführen.

Die gesamte Klasse beobachtet, wie die Temperatur auf der Anzeige nach oben klettert. Steigt die Temperatur nicht weiter, so notiert sich jede Schülerin bzw. jeder Schüler die maximale Temperatur.

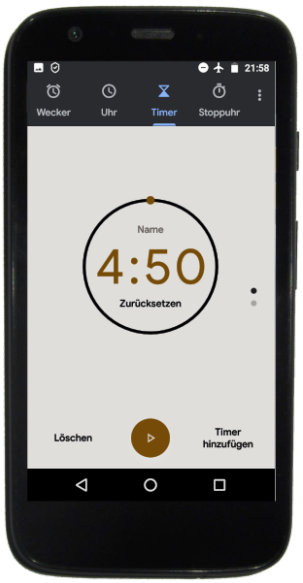
Die Zeitwächterin oder der Zeitwächter stellt den Kurzzeitwecker (Timer des Smartphone) auf 5 Minuten ein und startet ihn. Hat der verwendete Kurzzeitwecker eine

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

Nachlaufzeitfunktion, so wird er auf 4:50 Minuten eingestellt. Dies hat den Vorteil, dass die Aufmerksamkeit für die nächste Messung schon 10 Sekunden vor der eigentlichen Messung vorhanden ist. Die oder der Zeitwächter gibt dann nach weiteren 10 Sekunden das Signal, um die Messung durchzuführen.



*Timer **ohne** Nachlaufzeit auf 5:00 Minuten einstellen.*



*Timer **mit** Nachlaufzeit auf 4:50 Minuten einstellen*

Nach Ablauf der von 4:50 Minuten klingelt der Timer...

… nach weiteren 10 Sekunden (Nachlaufzeit) wird gemessen.

Ist der Kurzzeitwecker abgelaufen, bzw. wurde vom Kurzeitwächter das Signal für die Messung gegeben, so notieren alle Schülerinnen und Schüler die angezeigte Temperatur.

Der Kurzeitwecker wird wieder auf 5 Minuten bzw. 4:50 Minuten eingestellt.

Auf diese Weise werden 6-7 Messungen durchgeführt.

Sollen noch Messdaten für die Überprüfung des mathematischen Modells erfasst werden, so wird wie folgt weiter verfahren. Das Display des Thermometers ist ab jetzt nur für die Zeitwächterin bzw. den Zeitwächter einsehbar. Es werden die Temperatur nach weiteren 15 Minuten und dann noch einmal nach 10 Minuten von der Zeitwächterin, bzw. dem Zeitwächter erfasst und für die Mitschüler nicht sichtbar notiert.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

Beispiele

Die folgende Tabelle zeigt zwei Reihen von Messdaten. Die eine Reihe wurde mit Hilfe eines einfachen Bratenthermometers erfasst. Für die andere wurde ein digitales Thermometer verwendet.

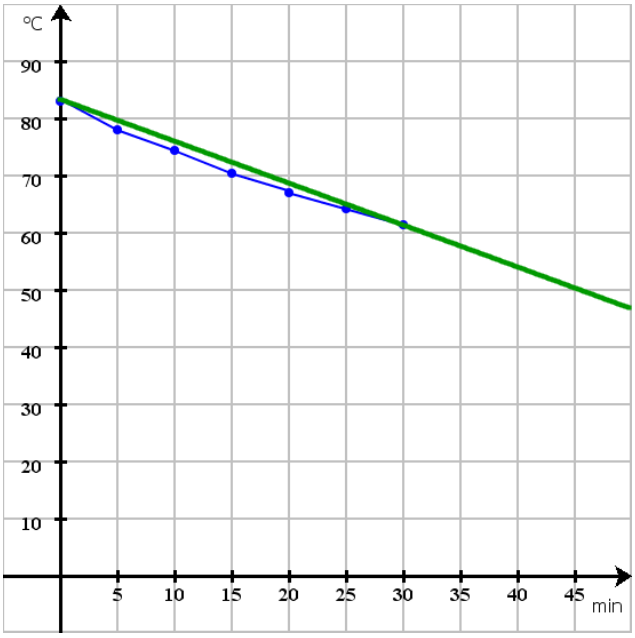
	Bratenthermometer	Digitalthermometer
Raumtemperatur	20 ° C	21,8 ° C
Zeit in Minuten		
0	83,5 ° C	83,8 ° C
5	78,0 ° C	75,9 ° C
10	74,5 ° C	69,7 ° C
15	70,5 ° C	65,2 ° C
20	67,5 ° C	61,9 ° C
25	64,3 ° C	58,9 ° C
30	61,5 ° C	56,1 ° C
35	58,7 ° C	53,6 ° C
40	56,3 ° C	50,9 ° C
45	54,0 ° C	49,1 ° C
50	52,0 ° C	47,4 ° C
55	50,0 ° C	45,8 ° C
60	48,3 ° C	44,0 ° C
65	46,5 ° C	42,7 ° C
70	45,0 ° C	41,3 ° C
75	43,8 ° C	40,1 ° C
80	42,3 ° C	39,0 ° C

Für die Modellierung der Temperaturentwicklung werden, wie im Unterricht, nur die ersten 7 Messwerte (in der Tabelle eingerahmt) herangezogen. Die restlichen Daten dienen für einen Vergleich der Modelle mit dem tatsächlichen Temperaturverhalten.

Zunächst muss untersucht werden, ob sich der Abkühlungsprozess durch eine Exponentialfunktion modellieren lässt.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

Dies kann durch Betrachtung der Messdaten in einem Diagramm erfolgen:



Bratenthermometer

Digitalthermometer

Wird eine Gerade durch den ersten und letzten Messpunkt gezeichnet, so ist ein linearer Zusammenhang auszuschließen. Gegen einen linearen Zusammenhang spricht auch, dass das Wasser minimal die Umgebungstemperatur annimmt. Bei einem linearen Modell würden ab einen bestimmten Zeitpunkt allerdings Temperaturen unterhalb der Umgebungstemperatur prognostiziert. Die „Bauchform“ und die Tatsache, dass die Temperatur sich der Umgebungstemperatur annähert spricht dafür, das Temperaturverhalten mit Hilfe einer Exponentialfunktion zu modellieren.

Das betrachten der Messdaten selbst führt zu gleichen Schlussfolgerungen. Soll der Temperaturverlauf mittels einer Exponentialfunktion beschrieben werden, so muss es einen Faktor geben, um den sich die Temperatur von einem Zeitpunkt zum nächsten verändert.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

	Bratenthermometer		Digitalthermometer	
Zeit in Minuten	Temperatur relativ zur Umgebungs-temperatur	Faktor	Temperatur relativ zur Umgebungs-temperatur	Faktor
0	63,5 °C		62,0 °C	
5	58,0 °C	$\frac{58,0}{63,5} \approx 0,9134$	54,1 °C	$\frac{54,1}{62,0} \approx 0,8726$
10	54,5 °C	$\frac{54,5}{58,0} \approx 0,9397$	47,9 °C	$\frac{47,9}{54,1} \approx 0,8854$
15	50,5 °C	$\frac{50,5}{54,5} \approx 0,9266$	43,4 °C	$\frac{43,4}{47,9} \approx 0,9061$
20	47,5 °C	$\frac{47,5}{50,5} \approx 0,9406$	40,1 °C	$\frac{40,1}{43,4} \approx 0,9240$
25	44,3 °C	$\frac{44,3}{47,5} \approx 0,9326$	37,1 °C	$\frac{37,1}{40,1} \approx 0,9252$
30	41,5 °C	$\frac{41,5}{44,3} \approx 0,9368$	34,3 °C	$\frac{34,3}{37,1} \approx 0,9245$

Während die Daten des Digitalthermometers leider keine so schöne exponentielle Entwicklung zeigen, ist sie dafür umso besser bei den Daten zu erkennen, die das Bratenthermometer liefert. Allerdings zeigt die Untersuchung auf einem konstanten Summanden, um den sich die Messdaten von Zeitpunkt zu Zeitpunkt unterscheiden eine noch größere Unregelmäßigkeit.

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, das die Untersuchungen nicht zeigen, dass der Temperaturverlauf tatsächlich exponentiell ist. Es wurde lediglich festgestellt, dass eine Exponentialfunktion ein geeignetes Mittel zum modellieren des Temperaturverlaufs ist.

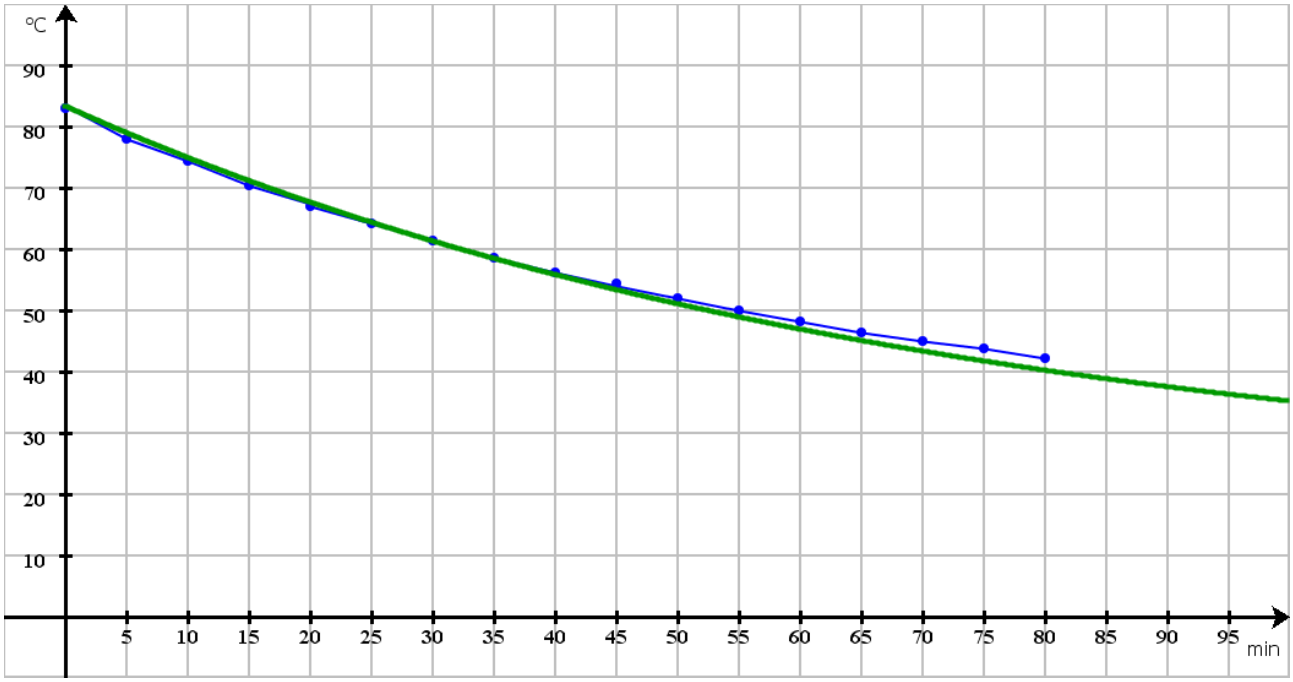
Für die Exponentialfunktionen gilt:

Bratenthermometer	Digitalthermometer
$f(t)=63,5 \cdot q^t+20$ $q=\sqrt[30]{\frac{61,5-20}{83,5-20}} \approx 0,9859$ $\Rightarrow\ f(t)=63,5 \cdot 0,9859^t+20$	$f(t)=62 \cdot q^t+21,8$ $q=\sqrt[30]{\frac{56,1-21,8}{83,8-21,8}} \approx 0,9805$ $\Rightarrow\ f(t)=62 \cdot 0,9805^t+21,8$

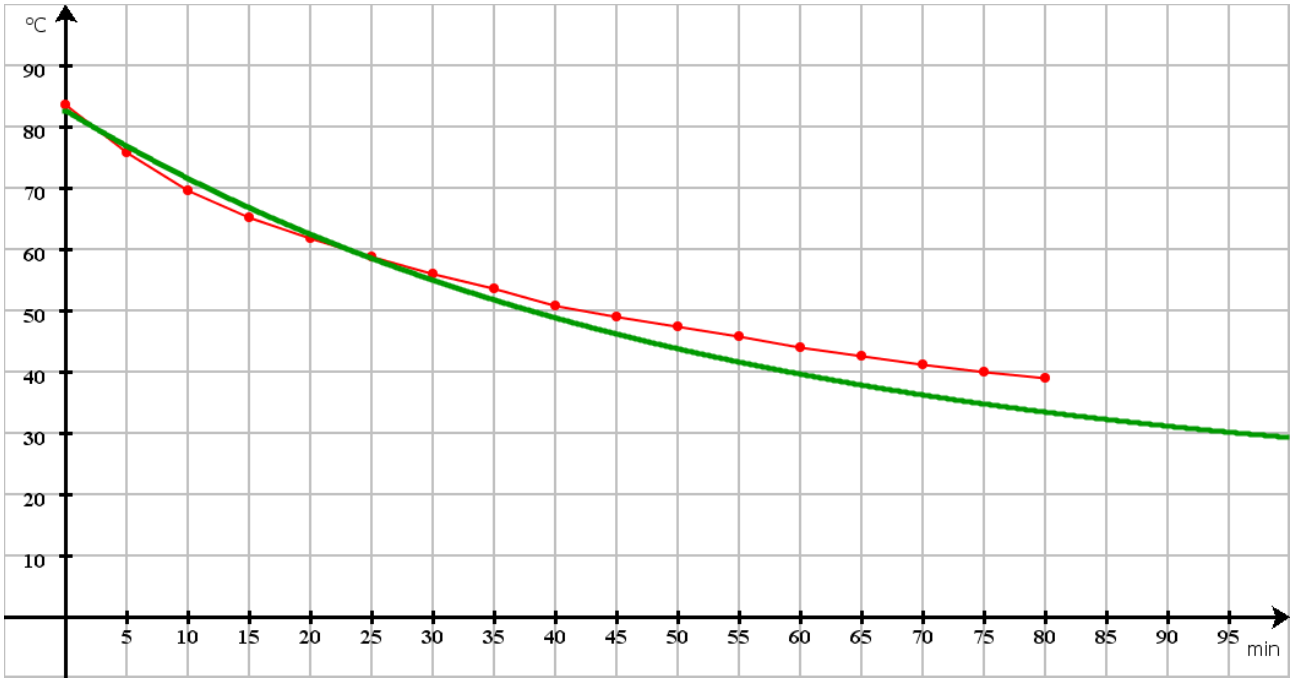
Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

Die folgenden Schaubilder zeigen die tatsächlichen Messwerte zusammen mit dem modellierten Temperaturverlauf.

Bratenthermometer:



Digitalthermometer:



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann

Sind optional weiter Daten von der Zeitwächterin bzw. dem Zeitwächter erfasst worden, so können diese nun mit den Daten, die das Modell liefert verglichen werden und die Qualität des Modells beurteilt werden.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2020 Henrik Horstmann