Mit der Exponentialfunktion modellieren

Vorbemerkung

Dem Logarithmus soll in dieser Unterrichtseinheit von verschiedenen Seiten begegnet werden. Ein Weg zum Logarithmus geht über die Umkehrung des Potenzierens $2^x=8 \;\Rightarrow x=3$. Der andere Weg führt über die Umkehrfunktion von Exponentialfunktionen. Das bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler über Kenntnisse zu Umkehrfunktionen verfügen sollten.

Die Rechengesetze $\log_b(n\cdot m)=\log_b(n)+\log_b(m)$, sowie $\log_b(m^n)=n\cdot\log_b(m)$ sollen zunächst grafisch entdeckt werden. Dabei zeigt sich anschaulich die Bedeutung dieser Rechenregeln: Multiplikation wird zur Addition (horizontales Strecken/Stauchen wird zu vertikalem Verschieben), Potenzieren wird zu Multiplizieren. Die Schülerinnen und Schüler müssen somit über Kenntnisse von Parametern und deren Auswirkungen auf die Schaubilder bei Funktionen haben ($f(x)+c$, $f(d\cdot x)$, $a\cdot f(x)$).

Nach dem Entdecken dieser Zusammenhänge findet ein formaler Nachweis zur Gültigkeit der Rechengesetze statt.

Als Anwendung kann noch ein Blick in die Welt der Rechenschieber geworfen werden.

Unterrichtsplanung

Dauer:	90 Minuten
Material:	Arbeitsblatt Gleichungen Arbeitsblatt Rechengesetze und Hilfekarten Übungsblatt

1. Das Arbeitsblatt 1 (Exponentialfunktionen.Logarithmus.AB.01.pdf) geht Fragen zu Exponentialgleichungen der Form $a^b=c$ nach. Die Schülerinnen und Schüler sollen dazu selbstständig Lösungswege zum Lösen solcher Gleichungen finden.
2. Im Plenum werden die Ergebnisse zusammengetragen, diskutiert und korrigiert. Dabei soll insbesondere die Vielfalt der Lösungswege für die Aufgabe $2^x=6$ im Mittelpunkt stehen. Diese geben Anlass, den Graphen von Exponentialfunktionen genauer zu untersuchen und festzustellen, dass sie streng monoton sind und damit immer eine Umkehrfunktion existiert, die Logarithmusfunktion. Der Graph der

Logarithmusfunktion kann durch Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden einfach erstellt werden. Er dient als Grundlage zur Beschreibung der Eigenschaften der Logarithmusfunktion (Werte-/Definitionsbereich, Verlauf, etc.). Thematisiert werden muss auch, dass die Logarithmusfunktion abhängig von der Basis ist, d.h. zu jeder Exponentialfunktion eine eigene Logarithmusfunktion existiert.

3. Mit einem weiteren Arbeitsblatt (Exponentialfunktionen.Logarithmus.AB.02.pdf) entdecken die Schülerinnen und Schüler, dass $\log_b(n \cdot m) = \log_b(n) + \log_b(m)$ und $\log_b(m^n) = n \cdot \log_b(m)$ gilt. Dabei sehen sie gleichzeitig die grafische Bedeutung dieser Rechenregeln.

   Um die Arbeitsaufträge dieses Arbeitsblatts auszuführen, müssen die Schülerinnen und Schüler auf ihr Vorwissen zu $f(x)+c$, $f(d \cdot x)$, $a \cdot f(x)$ zurückgreifen. Sollte dies nicht vollständig abrufbar sein, so stehen entsprechende Hilfskarten (Exponentialfunktionen.Logarithmus.AB.02.Hilfen.pdf) zur Verfügung.

4. Im Plenum werden die Ergebnisse zusammengetragen und diskutiert. Dabei muss die Frage nach der Allgemeingültigkeit aufgeworfen werden. Um den Nachweis führen zu können sind weitere Rechengesetze für Logarithmen erforderlich. Die Rechengesetze für Logarithmen werden somit eingeführt und ein Nachweis für die Allgemeingültigkeit mitgeliefert.

5. In einer Übungsphase festigen die Schülerinnen und Schüler die gewonnen Erkenntnisse. Dazu dienen Aufgaben von einem Übungsblatt (Exponentialfunktionen.Logarithmus.Aufgaben.pdf).