

Trigonometrische Funktionen

Sinus und Kosinus für Winkel von 0 bis 2π

Vorbemerkung

Ausgehend von der Frage, wo sich die Gelenkschraube beim *TrigPrinter* nach einer bestimmten Umdrehung des Rades befindet sollen folgende Aspekte im Unterricht berücksichtigt werden:

- ◆ Für die Berechnung der Position der Gelenkschraube für Drehwinkel zwischen 0 und 2π soll das Vorwissen aus der Trigonometrie reaktiviert werden.
- ◆ Die Definition von Sinus und Kosinus für beliebige Winkel soll von der Definition am rechtwinkligen Dreieck abgeleitet werden. Für Drehwinkel größer als $\frac{\pi}{2}$ werden dazu für die Berechnung der Position der Gelenkschraube rechtwinklige Dreiecke herangezogen, deren Innenwinkel Ergänzungswinkel zum Drehwinkel sind. Auf diese Weise leitet sich dann eine Definition des Sinus und Kosinus für beliebige Winkel ab.

Unterrichtsplanung

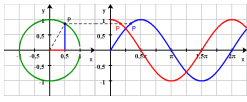
Dauer: 180 Minuten

Material: Arbeitsblatt zum Erarbeiten
Arbeitsblätter für die Ergebnissicherung
Placematebogen
Folien
Trigonator II
Aufgabenblatt
Zirkel (laminierter Version)

1. Es wird das Ziel der Unterrichtseinheit festgelegt. Es besteht darin ein Verfahren zu finden, mit dem die Position der Gelenkschraube des *TrigPrinters* in Abhängigkeit vom Drehwinkel des Rades berechnet werden kann.
2. Zunächst wird das Ziel auf Drehwinkel zwischen 0 und $\frac{\pi}{2}$ eingeschränkt, da dazu das Vorwissen aus der Trigonometrie (Sinus und Kosinus als Verhältniszahl bei rechtwinkligen Dreiecken) ausreichend ist um das Problem zu lösen. Mit dem Ziel vor Augen und dem Arbeitsblatt



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).
2020 Henrik Horstmann



Trigonometrische Funktionen

(Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.AB.01.pdf) vor sich machen sich die Schülerinnen und Schüler in Partnerarbeit auf den Weg.

3. Im Plenum werden die Ergebnisse besprochen und konsolidiert. Anschließend wird die Frage in den Raum gestellt (Folie Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.Winkel_ueber_90.Folie.pdf), wie sich das Verfahren auf Winkel zwischen $\frac{\pi}{2}$ und π erweitern lässt.
4. In 4er Gruppen machen die Schülerinnen und Schüler sich auf den Weg nach einer Lösung. Mit der Placemate Methode soll sich zunächst jede und jeder seine eigenen Gedanken machen und schriftlich festhalten. In der zweiten Phase lesen die Partner aus den 4er Teams die Lösungsansätze der anderen ihrer Gruppe. Letztlich soll in den Gruppen die Lösungsansätze diskutiert werden und ein gemeinsames Ergebnis entwickelt werden.
5. Im Plenum werden die Ergebnisse der Vorgestellt und diskutiert.
6. Aus der Feststellung heraus, dass bisher nur die y-Koordinate eines Punktes auf dem Einheitskreis betrachtet wurde, leitet sich die Frage nach der x-Koordinate ab.

In den 4er Gruppen wird dieser Frage (Folie Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.y-Koordinate.Folie.pdf) nachgegangen und die Lösungswege dokumentiert.

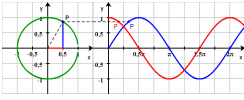
7. Im Plenum werden die Ergebnisse dokumentiert und auf einem Arbeitsblatt (Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.Ergebnisse.pdf) festgehalten.

Im Plenum werden die von den Schülerinnen und Schülern entwickelten Lösungsstrategien auf die Frage nach den Koordinaten von Punkten auf dem Einheitskreis für Winkel zwischen π und 2π übertragen.

8. In einer Übungsphase soll der Umgang mit dem Einheitskreis im Zusammenhang mit Sinus und Kosinus gefestigt werden. Dazu gibt es ein Aufgabenblatt (Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.Aufgaben.pdf)

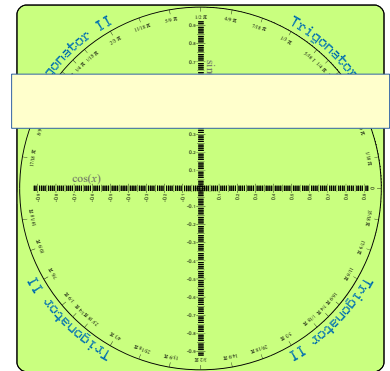
Zum Lösen der Aufgaben wird der sogenannte *Trigonator II* (Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.TrigonatorII.pdf) benötigt.





Trigonometrische Funktionen

Dabei handelt es sich um einen quadratischen Karton, auf dem ein Einheitskreis aufgedruckt ist. Mit einer Banderole, die um den Karton geführt wird, kann zu gegebenem Bogenmaß ein entsprechender Sinus/Kosinus Wert abgelesen werden (oder umgekehrt). Vom *Trigonator II* gibt es eine Version ohne Banderole (Arbeitsblatt A4:



Trigonometrische_Funktionen.Sinus_Kosinus.Einheitskreis.Schueler.pdf) die an die Schülerinnen und Schüler als Werkzeug ausgeteilt werden kann.

In der ersten Aufgabe soll eine Anleitung zur Bedienung des *Trigonator II* verfasst werden. Ziel dieser Aufgabe ist, ein präzises Formulieren von Sachverhalten zu üben. Dabei zeigen sich letztlich auch Verständnisprobleme im zugrunde liegenden Fachwissen. Nur wer den fachlichen Inhalt durchdrungen und verstanden hat, ist in der Lage eine Betriebsanleitung zu schreiben.

In den weiteren Aufgaben geht es ebenfalls um das Verständnis und die Orientierung im Einheitskreis.

