

Die natürliche Exponentialfunktion

Unterrichtsplanung

Dauer: 90 Minuten

Material: Folie

Arbeitsblatt

Leporello mit Lösungen für die Selbstkontrolle des Arbeitsblatt

1. In der ersten Unterrichtsphase stehen folgende Erkenntnisse im Fokus:

- ◆ Alle Graphen von Exponentialfunktionen der Form $f_q(x) = q^x$, $x \in \mathbb{R}$ und $q \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ haben den gemeinsamen Punkt $P = (0|1)$.
- ◆ Die Tangente am Graph von $f_q(x) = q^x$, $x \in \mathbb{R}$ und $q \in]1; \infty[$ wird immer steiler, wenn q immer größer wird.

Den Schülerinnen und Schülern werden zwei Fragen gestellt (Folie Exponentialfunktionen.Natuerliche_Exponentialfunktion.Einstieg.Folie.pdf), deren Antworten zu den Erkenntnissen führen.

Dabei soll jede und jeder für sich Antworten auf die Fragen finden und zwar ohne Hilfsmittel. Starke Schülerinnen und Schüler können auch auf Papier und Stift verzichten. Durch den Verzicht auf Hilfsmittel sind die Schülerinnen und Schüler gezwungen, sich den Sachverhalt vorzustellen und nachzuvollziehen was passiert, wenn die Basis größer wird. Dabei wird an die vorhergehende Unterrichtseinheit zum Einfluss der Basis angeknüpft und das Stauchen wieder aufgegriffen und weiter gefestigt.

Der Einsatz von Hilfsmitteln wie GeoGebra hätte zur Folge, dass die Schülerinnen und Schüler zu passiven Beobachtern würden. Verbindungen zum Stauchen würde nicht hergestellt und insgesamt würde die Denkleistung sehr reduziert.

Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Ergebnisse notieren. Die Ergebnisse können auf verschiedene Weise verifiziert werden:

- ◆ In 2er bis 4er Gruppen tauschen sich die Schülerinnen und Schüler zu ihren Ergebnissen aus.



Exponentialfunktionen

- ◆ An dieser Stelle kommen Hilfsmittel wie GeoGebra zum Einsatz um die Ergebnisse zu überprüfen. Hier ist der Einsatz angebracht, da es darum geht die Denkleistung zu überprüfen und gegebenenfalls Fehlvorstellungen zu untersuchen und zu beheben.

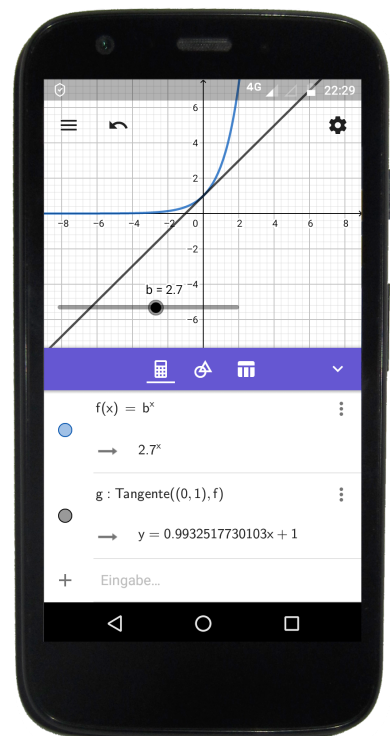
Durch die selbstständige Kontrolle der Ergebnisse ist eine Diskussion im Plenum nicht mehr nötig.

2. Aus der Erkenntnis, dass die Steigung der Tangenten von Exponentialfunktionen im y-Achsenabschnitt bei zunehmender Basis immer steiler werden, wird die Frage abgeleitet, für welche Basis schneidet die Tangente die y-Achse im 45° Winkel.

Falls GeoGebra zur Hand ist, kann experimentell eine erste Abschätzung für die Basis getroffen werden.

Selbstständig suchen die Schülerinnen und Schüler angeleitet durch ein Arbeitsblatt

(Exponentialfunktionen.Natuerliche_Exponentialfunktion.Tangente.AB.pdf) nach der Antwort auf die Frage.



Dabei stoßen sie auf die Näherung $e \approx \left(\frac{1}{n} + 1\right)^n$ für große n .

3. Im Plenum werden die Erkenntnisse zusammengetragen und dokumentiert. Insbesondere wird darauf eingegangen, dass

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + 1\right)^n$$

Es wird darauf hingewiesen, dass untersucht werden muss, ob der Grenzwert existiert. Dass der Grenzwert tatsächlich existiert wird nur erwähnt, der Beweis dazu wird nicht geführt.

