Lösungen zum Einsetzungsverfahren

Zuordnungstabelle

A → 4

B → 2

C → 6

D → 1

E → 3

F → 5

Lösungswege

A)

$$\begin{aligned} 45 &= 3x - y \quad \left|\cdot(-1)\right. \\ 0 &= \frac{1}{2}x - y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -45 &= -3x + y \\ 0 &= \frac{1}{2}x + y \\ \hline -45 &= -\frac{5}{2}x + 0y \quad \left|\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\right. \\ 18 &= x \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gleichung h:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{2}\cdot 18 - y \\ 0 &= 9 - y \quad \left|+y\right. \\ y &= 9 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L = \{(18|9)\}$

B)

$$\begin{array}{rcrcrl} 10 & = & 3x & + & 5y & \\ + & & + & & + & \\ 4 & = & -3x & + & 2y & \\ \hline = & & = & & = & \\ 14 & = & 0x & + & 7y & \mid \div 7 \end{array}$$

$$2 = y$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$$\begin{array}{rcll} 10 & = & 3x+5\cdot 2 & \\ 10 & = & 3x+10 & \mid -10 \\ 0 & = & 3x & \mid \div 3 \\ 0 & = & x & \end{array}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(0|2)\}$

C)

$$\begin{array}{rcrcrl} 0 & = & x & - & 2y & \mid \cdot(-1) \\ -3 & = & x & - & y & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrl} 0 & = & -x & + & 2y & \\ + & & + & & + & \\ -3 & = & x & - & y & \\ \hline = & & = & & = & \\ -3 & = & 0x & + & y & \end{array}$$

$$-3 = y$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$$\begin{array}{rcll} 0 & = & x-2\cdot(-3) & \\ 0 & = & x+6 & \mid -6 \\ -6 & = & x & \end{array}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(-6|-3)\}$

D)
$$\begin{array}{rcrcr} 4 & = & -6x & + & 2y \\ -3 & = & 3x & + & 3y \quad |\cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcr} 4 & = & -6x & + & 2y \\ + & & + & & + \\ -6 & = & 6x & + & 6y \\ \hline -2 & = & 0x & + & 8y \quad |\div 8 \end{array}$$

$$-\frac{1}{4} = y$$

Einsetzen in die Gleichung h:

$$\begin{array}{rcll} -3 & = & 3x+3\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) & \\ -3 & = & 3x-\frac{3}{4} & |\cdot 4 \quad \text{(= Hauptnenner)} \\ -12 & = & 12x-3 & |+3 \\ -9 & = & 12x & |\div 12 \\ -\frac{3}{4} & = & x & \end{array}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\left\{\left(-\frac{3}{4}\middle|-\frac{1}{4}\right)\right\}$

E)
$$\begin{array}{rcrcr} \frac{1}{3} & = & \frac{1}{9}x & - & \frac{1}{3}y \quad |\cdot 3 \\ \frac{1}{2} & = & -\frac{1}{8}x & + & \frac{1}{2}y \quad |\cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcr} 1 & = & \frac{1}{3}x & - & y \\ + & & + & & + \\ 1 & = & -\frac{1}{4}x & + & y \\ \hline 2 & = & \frac{1}{12}x & + & 0y \quad |\cdot 12 \end{array}$$

$$24 = x$$

Einsetzen in die Gleichung g:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{3} &= \frac{1}{9}\cdot 24-\frac{1}{3}y \\
\frac{1}{3} &= \frac{24}{9}-\frac{1}{3}y && \left|\cdot 9\right. \quad \text{(= Hauptnenner)} \\
3 &= 24-3y && \left|-24\right. \\
-21 &= -3y && \left|\div(-3)\right. \\
7 &= y
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(24|7)\}$

F)

$$\begin{aligned}
-8 &= \frac{4}{3}x - 2y && \left|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\right. \\
\frac{3}{2} &= 6x - \frac{3}{2}y && \left|\cdot 2\right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12 &= -2x + 3y \\
+ \quad & \quad + \quad\quad + \\
3 &= 12x - 3y \\
= \quad & \quad = \quad\quad = \\
\hline
15 &= 10x + 0y && \left|\div 10\right.
\end{aligned}$$

$$\frac{3}{2} = x$$

Einsetzen in die Gleichung h:

$$\begin{aligned}
\frac{3}{2} &= 6\cdot\frac{3}{2}-\frac{3}{2}y \\
\frac{3}{2} &= 9-\frac{3}{2}y && \left|\cdot 2\right. \quad \text{(= Hauptnenner)} \\
3 &= 18-3y && \left|-18\right. \\
-15 &= -3y && \left|\div(-3)\right. \\
5 &= y
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\left\{\left(\frac{3}{2}\middle|5\right)\right\}$

Modellierungsaufgabe

1. Variablen festlegen:

x ≙ Preis für ein Brötchen in €

y ≙ Preis für eine Brezel in €

2. Lineares Gleichungssystem aufstellen:

Paulas Ausgaben: g_1: $5 = 3x+4y$

Pauls Ausgaben: g_2: $4{,}6 = 5x+2y$

3. LGS mit dem Additionsverfahren lösen:

$$\begin{aligned} 5 &= 3x + 4y \\ 4{,}6 &= 5x + 2y \quad |\cdot(-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 &= 3x + 4y \\ + \quad & \quad + \quad + \\ -9{,}2 &= -10x - 4y \\ = \quad & \quad = \quad = \\ -4{,}2 &= -7x \quad |\div(-7) \end{aligned}$$

$$0{,}6 = x$$

Einsetzen in die Gleichung g_1:

$$\begin{aligned} 5 &= 3\cdot 0{,}6+4y \\ 5 &= 1{,}8+4y \quad |-1{,}8 \\ 3{,}2 &= 4y \quad |\div 4 \\ 0{,}8 &= y \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L=\{(0{,}6 \mid 0{,}8)\}$

4. Ergebnis:

Ein Brötchen kostet € 0,60 und eine Brezel € 0,80.