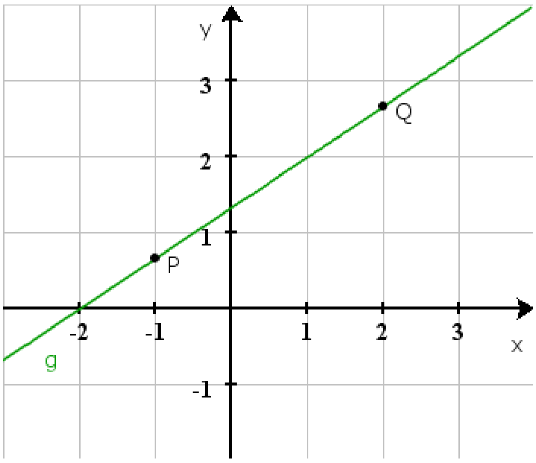
Lineare Gleichungen aus zwei Punkten

Bemerkung

P und Q sind Punkte, die auf einer Geraden g liegen. Sind P und Q, gegeben, so ist g eindeutig bestimmt.

Ein Beispiel

$P=\left(-1\middle|\frac{2}{3}\right) \wedge Q=\left(2\middle|\frac{8}{3}\right)$

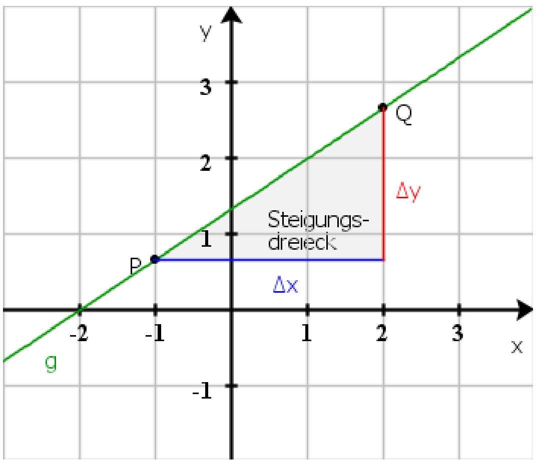


Durch Ablesen ergibt sich:

$g:\ y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

Rechnerische Bestimmung von g

Es würde genügen, wenn statt eines Punktes die Steigung bekannt wäre:



$\Rightarrow \Delta x=x_Q-x_P \wedge \Delta y=y_Q-y_P$

In unserem Beispiel ist $\Delta x=2-(-1)=3 \wedge \Delta y=\frac{8}{3}-\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2 \quad \Rightarrow \quad m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2}{3}$

mit einem der Punkte, z.B. Q ergibt sich mit der *Punktssteigungsform*:

$$y=\frac{2}{3}(x-2)+\frac{8}{3}=\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}+\frac{8}{3}=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$

Allgemeine Überlegungen

$P=(x_P|y_P) \wedge Q=(x_Q|y_Q)$ sind Punkte und g ist eine Gerade mit $P\in g \wedge Q\in g$.

Die Steigung von g kann aus den Koordinaten der Punkte berechnet werden:

$$\Delta x=x_Q-x_P \wedge \Delta y=y_Q-y_P \Rightarrow m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}$$

Mit der *Punktsteigungsform* ergibt sich die

Zweipunkteform:

$$y=\frac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}(x-x_Q)+y_Q$$

Berechnung mit der Zweipunkteform

In die Zweipunkteform kann direkt eingesetzt werden:

$$P=\left(-1\middle|\frac{2}{3}\right) \wedge Q=\left(2\middle|\frac{8}{3}\right) \Rightarrow y=\frac{\frac{8}{3}-\frac{2}{3}}{2-(-1)}(x-2)+\frac{8}{3}=\frac{2}{3}(x-2)+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}+\frac{8}{3}=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow g\colon\ y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$