Aufgaben zur Produktregel

Lösungsvorschläge

Polynomfunktionen

a) $u(x)=x-2 \;\wedge\; v(x)=x+3$
$'u(x)=1 \;\wedge\; v'(x)=1$
$f'(x)=x-2+x+3=2x+1$

b) $u(x)=x^2-3x+1 \;\wedge\; v(x)=x^4-3x^2$
$u'(x)=2x-3 \;\wedge\; v(x)=4x^3-6x$
$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2-3x+1)(4x^3-6x)+(2x-3)(x^4-3x^2) \\ &= 4x^5-6x^3-12x^4+18x^2+4x^3-6x \\ &\quad +2x^5-6x^3-3x^4+9x^2 \\ &= 6x^5-15x^4-8x^3+27x^2-6x \end{aligned}$$

c) $u(x)=x^2 \;\wedge\; v(x)=(x+4)^2 \;\wedge\; m(x)=x+4 \;\wedge\; n(x)=x+4$
$u'(x)=2x \;\wedge\; v'(x)=2x+8 \;\wedge\; m'(x)=1 \;\wedge\; n'(x)=1$
$$\begin{aligned} f'(x) &= x^2(2x+8)+2x(x+4)^2 \\ &= x\left(2x^2+8x+2(x+4)^2\right) \\ &= x\left(2x^2+8x+2(x^2+8x+16)\right) \\ &= x\left(2x^2+8x+2x^2+16x+32\right) \end{aligned}$$

Potpourri von Funktionsklassen

a) $u(x)=x \;\wedge\; v(x)=\sin(x)$
$u'(x)=1 \;\wedge\; v'(x)=\cos(x)$
$f'(x)=\sin(x)+x\cos(x)$

b) $u(x)=x \;\wedge\; v(x)=\mathrm{e}^x$
$u'(x)=1 \;\wedge\; v'(x)=\mathrm{e}^x$
$f'(x)=\mathrm{e}^x+x\cdot\mathrm{e}^x=(x+1)\mathrm{e}^x$

c) $u(x)=x^2-5 \;\wedge\; v(x)=\mathrm{e}^x$
$u'(x)=2x \;\wedge\; v'(x)=\mathrm{e}^x$
$f'(x)=(x^2-5)\mathrm{e}^x+2x\,\mathrm{e}^x=\left((x^2-5)+2x\right)\mathrm{e}^x=(x^2+2x-5)\mathrm{e}^x$

d) $u(x)=x^3 \;\wedge\; v(x)=\sin(x)$
$u'(x)=3x^2 \;\wedge\; v(x)=\cos(x)$
$f'(x)=x^3\cdot\sin(x)+3x^2\cdot\cos(x)=x^2\left(x\cdot\sin(x)+3\cos(x)\right)$

e) $u(x)=\sin(x) \;\wedge\; v(x)=\sin(x)$
$u'(x)=\cos(x) \;\wedge\; v'(x)=\cos(x)$
$f'(x)=\sin(x)\cdot\cos(x)+\sin(x)\cdot\cos(x)=2\cdot\sin(x)\cdot\cos(x)$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2018 Henrik Horstmann

f) $u(x)=e^x \wedge v(x)=e^x$

$u'(x)=e^x \wedge v'(x)=e^x$

$f'(x)=(e^x)^2+(e^x)^2=e^{2x}+e^{2x}=2e^{2x}$

Wer ist von wem abgeleitet?

a) $h(x)=(-\cos(x))e^x$

$u(x)=-\cos(x) \wedge v(x)=e^x$

$u'(x)=\sin(x) \wedge v'(x)=e^x$

$h'(x)=f(x)=\sin(x)\cdot e^x-\cos(x)\cdot e^x=(\sin(x)-\cos(x))e^x$

b) $f(x)=x^4\cdot e^x+e^x\cdot x^2$

$f(x)=e^x(x^4+x^2)$

$u(x)=x^4+x^2 \wedge v(x)=e^x$

$u'(x)=4x^3+2x \wedge v'(x)=e^x$

$f'(x)=h(x)=(x^4+x^2)\cdot e^x+(4x^3+2x)e^x=(x^4+4x^3+x^2+2x)e^x$

Funktionsterme vervollständigen

a) $f(x)=(\sin(x)-\cos(x))^2$

$u(x)=\sin(x)-\cos(x) \wedge v(x)=\sin(x)-\cos(x)$

$u'(x)=\sin(x)+\cos(x) \wedge v'(x)=\sin(x)+\cos(x)$

$f'(x)=(\sin(x)-\cos(x))(\sin(x)+\cos(x))+(\sin(x)-\cos(x))(\sin(x)+\cos(x))$

$=2((\sin(x)-\cos(x))(\sin(x)+\cos(x)))=2(\sin(x)-\cos(x))(\sin(x)+\cos(x))$

$=2(\sin(x))^2(\cos(x))^2=1-2(\cos(x))^2$

b) $f(x)=x^2\cdot\sin(x)\cdot e^x$

$u(x)=x^2 \wedge v(x)=\sin(x)\cdot e^x \wedge m(x)=\sin(x) \wedge n(x)=e^x$

$u'(x)=2x \wedge v'(x)=\sin(x)\cdot e^x+\cos(x)\cdot e^x=(\sin(x)+\cos(x))e^x$

$\wedge m'(x)=\cos(x) \wedge n'(x)=e^x$

$f'(x)=x^2\cdot(\sin(x)+\cos(x))e^x+2x\cdot\sin(x)e^x=e^x(\sin(x)(x^2+2x)+\cos(x))$

c) $f(x)=x^3(\sin(x))^2$

$u(x)=x^3 \wedge v(x)=(\sin(x))^2 \wedge m(x)=\sin(x) \wedge n(x)=\sin(x)$

$u'(x)=3x^2 \wedge v'(x)=\sin(x)\cdot\cos(x)+\sin(x)\cdot\cos(x)=2\sin(x)\cdot\cos(x)$

$\wedge m'(x)=\cos(x) \wedge n'(x)=\cos(x)$

$f'(x)=2x^3\cdot\sin(x)\cdot\cos(x)+3x^2\cdot\sin(x)\cdot\sin(x)=\sin(x)(2x^3\cdot\cos(x)+3x^2\sin(x))$

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2018 Henrik Horstmann