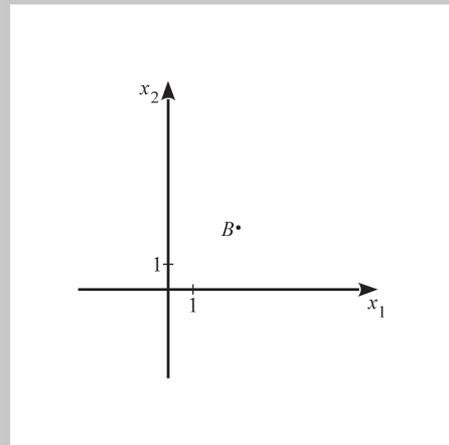




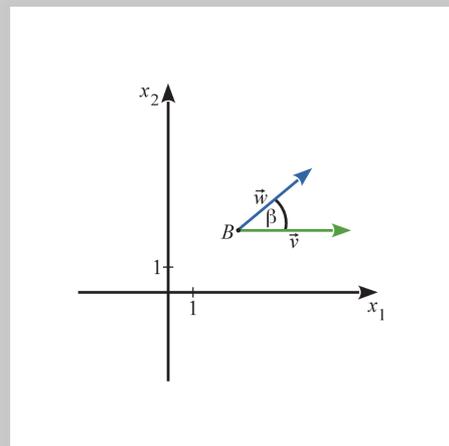
## Schnittwinkel (1)

### Winkel zwischen Vektoren

Zeichnen Sie ein zweidimensionales Koordinatensystem und markieren Sie einen beliebigen Punkt  $B$ , z.B. so:



Zeichnen Sie von Punkt  $B$  ausgehend zwei beliebige Vektoren  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$ , so dass einer der beiden Winkel zwischen  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$  ein spitzer Winkel ist, z.B. so:



#### Definition:

Werden zwei Vektoren  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$  von einem Punkt aus gezeichnet, so schließen die zwei Vektoren zwei Winkel ein:  $\beta$  und  $\delta = 360^\circ - \beta$ . Der kleinere Winkel ist der Winkel zwischen  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$ .



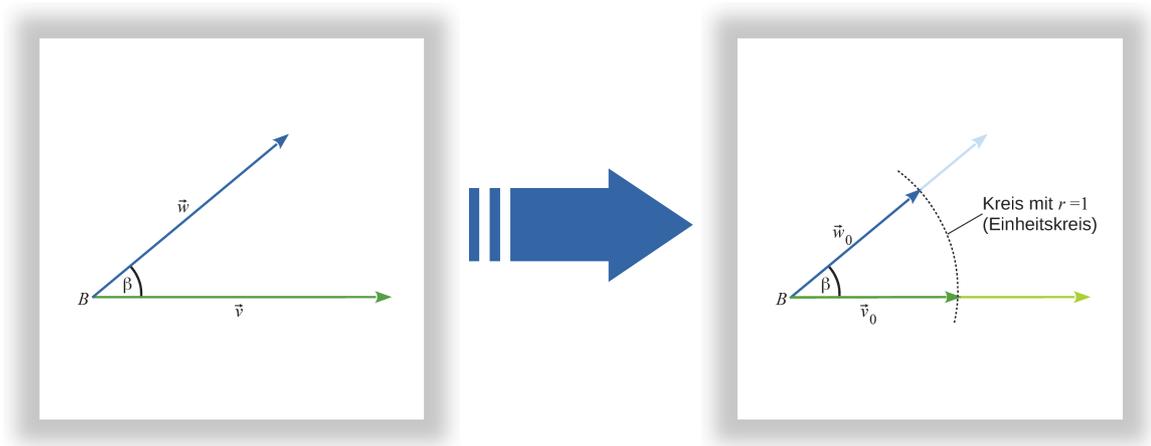


## Forschungsauftrag

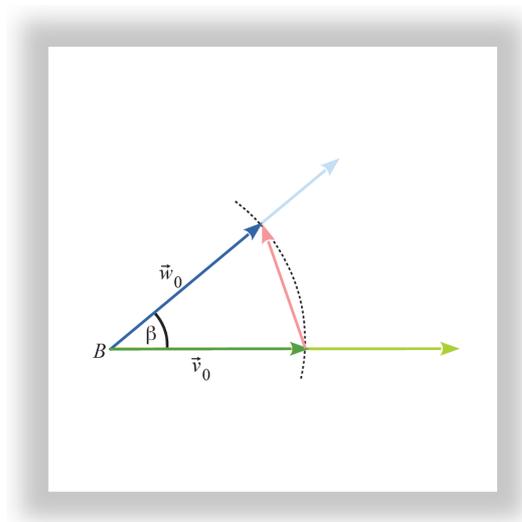
1) Berechnen Sie zu  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$  die jeweiligen Einheitsvektoren  $\vec{v}_0$  und  $\vec{w}_0$ .

Zeichnen Sie  $\vec{v}_0$  und  $\vec{w}_0$  in Ihrem Schaubild ein.

Tipp 1



2) Zeichnen Sie einen weiteren Vektor von der Spitze von  $\vec{v}_0$  zur Spitze von  $\vec{w}_0$  ein:



Die drei Vektoren schließen ein Dreieck ein. Begründen Sie, dass dieses Dreieck für  $0^\circ < \beta < 90^\circ$  keinen rechten Winkel besitzt.

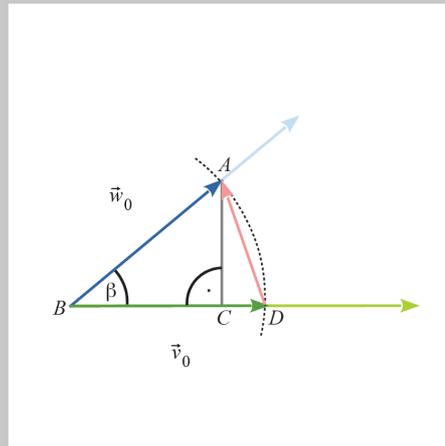
Lösung 1





# Vektorgeometrie

- 3) Da das eingezeichnete Dreieck nicht rechtwinklig ist, kann leider auch keine der trigonometrischen Zusammenhänge zur Berechnung von  $\beta$  verwendet werden. Deshalb bedarf es einer Hilfskonstruktion:



Zeigen Sie, dass  $|\vec{BC}| = \cos(\beta)$  ist.

Lösung 2

- 4) Geben Sie einen Term an, der in Abhängigkeit von  $\cos(\beta)$  die Länge von  $\vec{CA}$  bestimmt.

Tipp 2

Lösung 3

- 5) Geben Sie einen Term an, mit dem in Abhängigkeit von  $\beta$  die Länge von  $\vec{CD}$  berechnet werden kann.

Lösung 4

- 6) Zeigen Sie, dass  $|\vec{w}_0 - \vec{v}_0|^2 = (\vec{w}_0 - \vec{v}_0)^2$  ist.

Lösung 5

- 7) Zeigen Sie, dass  $(\vec{w}_0 - \vec{v}_0)^2$  mit Hilfe von  $\vec{CA}$  und  $\vec{CD}$  berechnet werden kann. Lösen Sie ihre Gleichung nach  $\cos(\beta)$  auf und vereinfachen Sie die andere Seite der Gleichung soweit wie möglich.

Tipp 3

Lösung 6

- 8) Setzen Sie in Ihre Gleichung aus 7) die Vektoren aus 1) ein und berechnen Sie den Winkel  $\beta$ . Überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch nachmessen im Schaubild.

## Zusatzaufgabe

Zeigen Sie, dass der im Forschungsauftrag 7) hergeleitete Zusammenhang auch für  $\beta > 90^\circ$  gilt.

