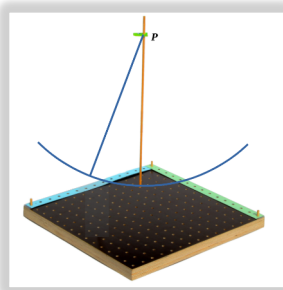


Lösung 1



Wenn man ein Pendel an den Punkt P befestigt, so kommt das Pendel der $x_1 x_2$ -Ebene am nächsten, wenn es senkrecht nach unten hängt $\Rightarrow Q = (p_1 | p_2 | 0)$

1



Lösung 2

Die Gerade durch P und Q steht senkrecht auf E .

2

Lösung 3

$$Q=(5|6|1)$$



Tip 1

Da die Gerade g durch P und Q senkrecht auf E steht, ist der Richtungsvektor von g ein Normalenvektor von E .

Lösung 4

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Tip 2

Formen Sie die Ebenengleichung von E in die Koordinatenform um.

Lösung 5

Ebenengleichung in Normalenform: $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

Ebenengleichung in Koordinatenform: $E: x_2 + 2x_3 = 8$

Ortsvektoren der Punkte auf $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9+t \\ 7+2t \end{pmatrix}$

Berechnung der Koordinaten von Q :

$$(9+t) + 2(7+2t) = 8 \Rightarrow t = -3$$

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Q = (5|6|1)$$



Lösung 9

$$|\overrightarrow{PQ}| = \left| \begin{pmatrix} 5-5 \\ 6-9 \\ 1-7 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} \approx 6,71$$

Lösung 7

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} + 6 \cdot \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix} \Rightarrow Q = (7|2|10)$$



Lösung 8

$$|\overrightarrow{PQ}| = \left| \begin{pmatrix} 7-5 \\ 2-(-2) \\ 10-6 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

Lösung 6

Der direkte Zusammenhang zwischen t und dem Abstand zwischen P und Q ergibt sich aus der Tatsache, dass

$$\begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \text{ ein Einheitsvektor ist:}$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \left| 6 \cdot \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \right| = \underbrace{|6|}_{=1} \cdot \left| \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \right| = |t|$$



Lösung 10

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B = (6|4|2)$$

Lösung 11

$$|\vec{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 6-2 \\ 4-4 \\ 2-(-1) \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$



Lösung 12

$$\left| \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ ist kein Einheitsvektor.}$$

Damit entspricht $\begin{vmatrix} t \end{vmatrix}$ nicht dem Abstand von A zu B .

Lösung 13

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{r}_e = \frac{1}{|\vec{r}|} \vec{r} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0 \\ 0,6 \end{pmatrix} \text{ ist der Einheitsvektor zu } \vec{r}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0 \\ 0,6 \end{pmatrix}$$



Lösung 14

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3/5 \\ 4/5 \end{pmatrix} \vee \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3/5 \\ -4/5 \end{pmatrix}$$

Lösung 15

Da $\vec{n} = \pm \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ein vielfaches des Normalenvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ von E ist, ist $\vec{n}$ auch ein Normalenvektor von E und die Gleichung mit $\vec{n}$ ist für die gleichen Vektoren erfüllt.



Lösung 16

$$|\overrightarrow{PQ}| = 10$$

Lösung 17

$$t = -10$$



Lösung 18

Term

$$\begin{aligned} & \left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{n} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \circ \vec{n} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{n} \right] \circ \vec{n} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \circ \vec{n} + t \cdot \vec{n}^2 = 0 \end{aligned}$$

Umformung

Umstellen der Summanden

Auflösen der Klammer

Tip 3

$\vec{n}$ ist ein Einheitsvektor.
Damit ist $|\vec{n}|$ bestimmt.
Aus $|\vec{n}| = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$ lässt sich unmittelbar der Wert von $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = \vec{n}^2$ folgern.



Lösung 19

$\vec{n}$ ist ein Einheitsvektor $\Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} = 1$
 $\Rightarrow \vec{n}^2 = n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$

$\Rightarrow t \cdot \vec{n}^2 = t$

und damit

$$\left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \circ \vec{n} + t \cdot \vec{n}^2 = \left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \circ \vec{n} + t = 0$$

t auf die andere Seite bringen, liefert

$$\left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \circ \vec{n} = -t \quad \text{bzw.} \quad \left| \left[\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \circ \vec{n} \right| = |t|$$

Lösung 20

$\vec{p}$ ist der Ortsvektor von P
 $\vec{s}$ ist ein Stützvektor von E
 $\vec{n}$ ist ein Einheitsnormalenvektor von E



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
[Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).
2018 Henrik Horstmann