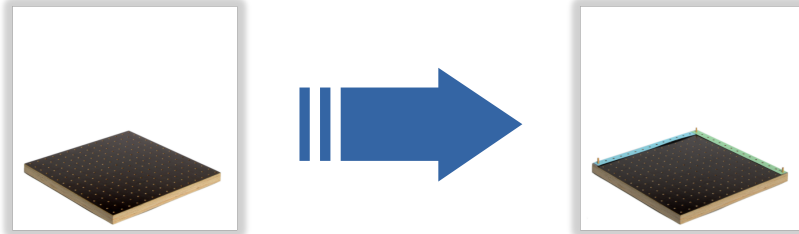


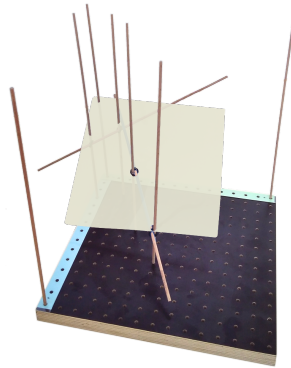
Gegenseitige Lage Ebene/Gerade

Aufbau des 3D-Modells

Auf der Grundplatte ein Koordinatensystem festlegen (blau $\hat{=}$ x_1 , grün $\hat{=}$ x_2):



Nehmen Sie ein Blatt Papier und fügen es als Ebene E in das Modelle ein, z.B. so:



Forschungsauftrag (1)

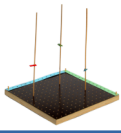
- 1) Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene E .
- 2) Wenn in das Modell eine beliebige Geraden g eingefügt wird, wie viele gemeinsame Punkte haben g und E dann?
Untersuchen Sie alle Möglichkeiten.
- 3) Beschreiben Sie in Worten zu jeder Möglichkeit die Lage der Geraden zur Ebene.
- 4) Geben Sie zu jeder Möglichkeit eine Geradengleichung an und fügen Sie die Geraden im Modell ein.

Lösung 1



Lösung 2





Was bedeutet „gemeinsamer Punkt“?

$E: a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = d$ ist eine Ebene und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$ eine Gerade. E

und g schneiden sich im Punkt $S(s_1|s_2|s_3)$. Dann ist S ein gemeinsamer Punkt von E und g , wenn

ein $r_s \in \mathbb{R}$ existiert, so dass $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + r_s \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}$ und $a \cdot s_1 + b \cdot s_2 + c \cdot s_3 = d$ ist

Beispiel:

Es wird eine beliebige Ebene $E: 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 40$ und eine beliebige Gerade

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,5 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$ gewählt.

Zufällig ist bekannt, dass Ebene und Gerade den gemeinsamen Punkt $S(5|6|3)$ haben.

Die Überprüfung ergibt: aus $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ 0,5r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+r \\ 6 \\ 2+0,5r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow r=2$ und es ist

$2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 3 = 10 + 18 + 12 = 40$.

Forschungsauftrag (2)

- 5) Finden Sie einen Lösungsweg um die gemeinsamen Punkte einer Geraden der Ebene E rechnerisch zu ermitteln.

Tipp 1



Lösung 3



- 6) Berechnen Sie die gemeinsamen Punkte Ihrer Geraden und Ebene E mit dem von Ihnen gefundenen Lösungsweg.
- 7) Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse am Modell.

