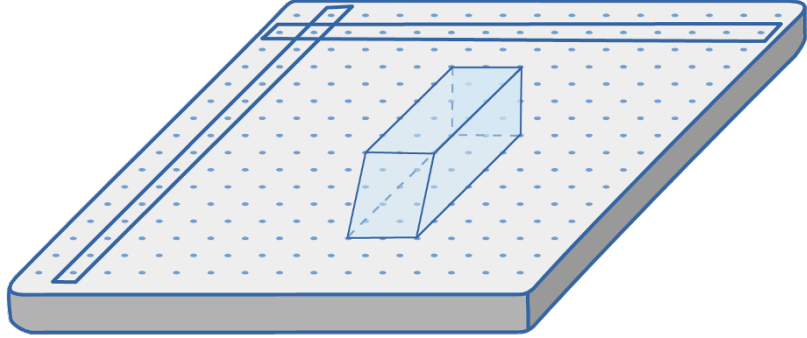


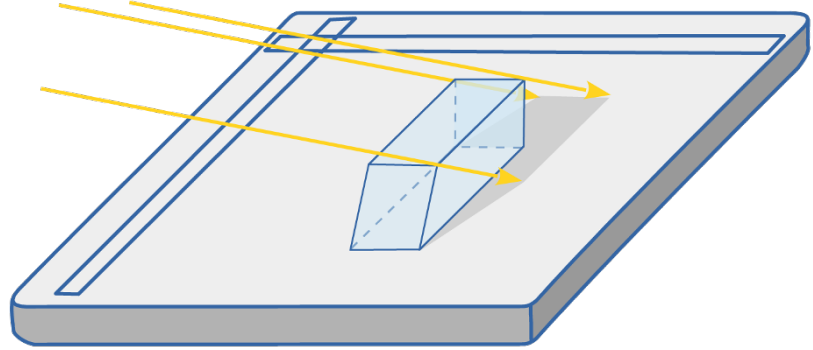
Lösung 1

1

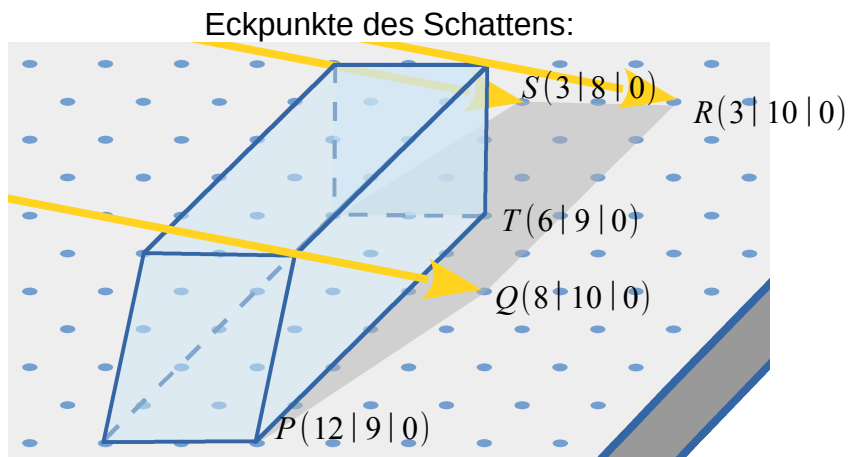


Tip 1

2



Lösung 2



Abstand zwischen Schattenkante und Raumstation:
 $10 - 9 = 1 \Rightarrow 3 \text{ m}$

3



Lösung 3

Wenn der Abstand zwischen Schattenkante und Raumschiff halb so lang sein soll, muss folgendes gelten:

$$1,5 \text{ m} = 3(r_2 - 9) \text{ m} \Rightarrow r_2 = 9,5$$

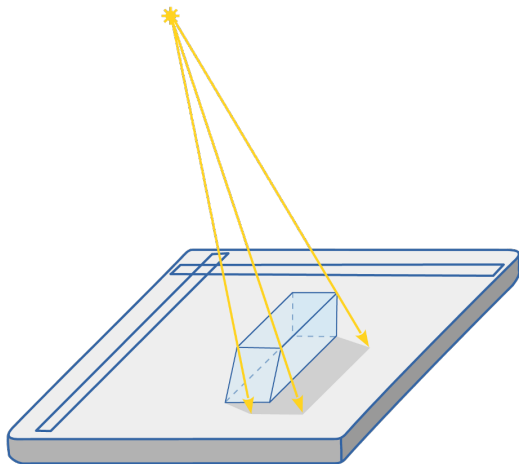
Die Ecke R des Schattens muss dann $R'(r_1 | 9,5 | 0)$ sein

$$\Rightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ 9,5 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 - 6 \\ 0,5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad r_1 \in \mathbb{R}$$

$\vec{r}$ gibt die Richtung an, in welche das Licht fallen muss, damit sich der Abstand halbiert.

4

Tip 2

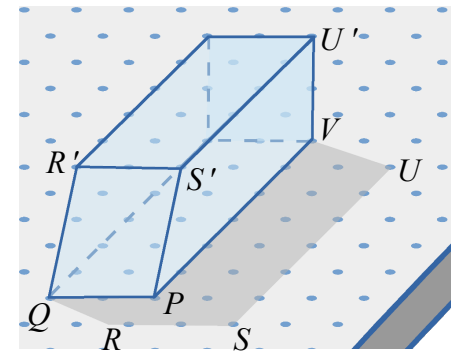


5



Lösung 4

Eckpunkte des Schattens:



$P(12|9|0)$, $V(6|9|0)$, $Q(12|7|0)$

6

Punkt U ist der Spurpunkt der Geraden LU' in der Ebene $x_1 x_2$:

$$\overrightarrow{LU'} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\text{Gerade } LU' : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Spurpunkt der Geraden LU' mit der Ebene $x_1 x_2$:

$$2 - 10p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{5}, \quad \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow U(7 | 11 | 0)$$

Punkt R ist der Spurpunkt der Geraden LR' in der Ebene $x_1 x_2$:

$$\overrightarrow{LR'} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\text{Gerade } LR' : \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Spurpunkt der Geraden LR' mit der Ebene $x_1 x_2$:

$$2 - 10p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{5}, \quad \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 8,6 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow R(13 | 8,6 | 0)$$

Punkt S ist der Spurpunkt der Geraden LS' in der Ebene $x_1 x_2$:

$$\overrightarrow{LS'} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\text{Gerade } LS' : \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Spurpunkt der Geraden LS' mit der Ebene $x_1 x_2$:

$$2 - 10p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{5}, \quad \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow S(13 | 11 | 0)$$

Flächeninhalt des Schattens:

Der Schatten setzt sich aus folgenden Flächen zusammen:

Parallelogramm $PVUS$, Trapez $PSRQ$

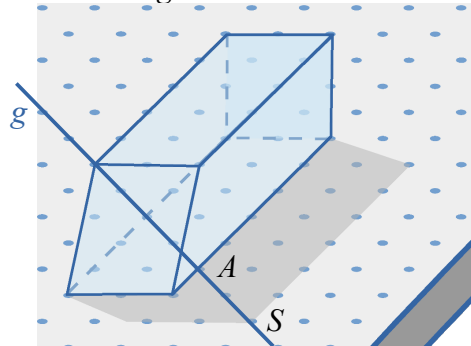
$$A_{\text{Parallelogramm}} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ FE}$$

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{(9-7) + (11-8,6)}{2} \cdot 1 = 2,2 \text{ FE}$$

$$\text{Größe des Schattens: } A_{\text{Schatten}} = (12 + 2,2) \cdot 9 = 127,8 \text{ m}^2$$

Lösung 5

Bestimme den Schnittpunkt S der Geraden g mit der Schattenkante k :



$S(13 | 11 | 0)$ (siehe Lösung 4)

Der Schauspieler kann so nah an das Raumschiff gehen, solange der Lichtstrahl $\vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix}$ gerade noch den Hals des Schauspielers trifft:

$$2 - 10p = \frac{1,7}{3} \Rightarrow p \approx 0,14$$

Die Koordinate des Standpunkts des Schauspielers ist dann:

$$B = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,14 \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12,4 \\ 10,4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Der Abstand zum Raumschiff entspricht $|\vec{AB}|$:

Bestimme A (siehe Abbildung):

$$-1 + s = 9 \Rightarrow s = 10, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + 10 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A(11 | 9 | 0)$$

$$|\vec{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 12,4 \\ 10,4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 1,4 \\ 1,4 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{1,4^2 + 1,4^2} = \sqrt{3,92} \approx 1,98$$

Der Abstand des Schauspielers muss somit $1,98 \cdot 3 = 5,94 \approx 6$ m betragen.



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
[Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).
2018 Henrik Horstmann