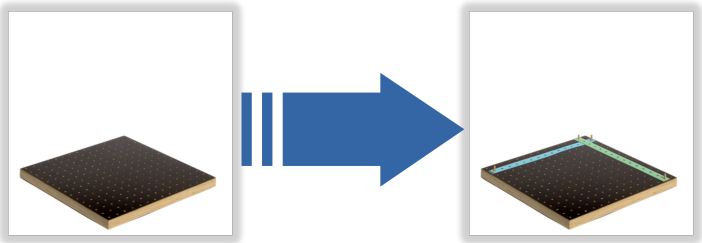
Modellieren: Bewegungsabläufe

Vorbereiten des 3D-Modells

Auf der Grundplatte ein Koordinatensystem mit folgenden Eigenschaften festlegen:

- blau $\widehat{=} x_1$, grün $\widehat{=} x_2$
- $-1 \leq x_1 \leq 13 \ \wedge -1 \leq x_2 \leq 13$



$1\,\text{LE} \widehat{=} 1\,\text{km}$

Szenenbeschreibung

Am Saturn fliegen die beiden Raumschiffe *Atlantis* und *Challenger* vorbei.

	Atlantis	*Challenger*
Zum aktuellen Zeitpunkt befinden sich die Raumschiffe vom Saturn aus gesehen an folgenden Postionen:	$Q(1\|3)$	$P(12\|-1)$
Die Raumschiffe bewegen sich gradlinig in folgende Richtungen:	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1{,}25 \\ 3 \end{pmatrix}$
Dabei haben Sie folgende Geschwindigkeiten:	$15\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$	$13\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$

Forschungsauftrag

a) Platzieren Sie den Saturn und die beiden Raumschiffe im Modell. **Lösung 1**

b) Stellen Sie Gleichungen für die Flugbahnen auf und berechnen Sie den Punkt, an dem sich die Flugbahnen schneiden. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse am Modell.

c) Verschieben Sie das Raumschiff *Atlantis* auf seiner Flugbahn an eine neue Position. Bestimmen Sie die Zeit, die das Raumschiff benötigt, um von der Ausgangsposition an die neue Position zu gelangen. **Tipp 1**

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2017 Henrik Horstmann

d) $t \in \mathbb{R}$ ist die Zeit in Sekunden. Die Flugbahnen lassen sich durch folgende Gleichungen in Abhängigkeit von der Zeit angeben:

Atlantis: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad a_1, a_2 \in \mathbb{R}$

Lösung 2

Challenger: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad b_1, b_2 \in \mathbb{R}$

Lösung 3

Bestimmen Sie a_1, a_2, b_1 und b_2.

e) Ermitteln Sie am Modell, ob die beiden Raumschiffe kollidieren. Kollidieren die beiden Raumschiffe nicht, dann bestimmen Sie näherungsweise, die kürzeste Distanz, die die beiden Raumschiffe je annehmen.

f) Bestätigen Sie rechnerisch Ihre Ergebnisse aus e).

Lösung 4

Bewegungsabläufe im 3D-Raum

Am Saturn fliegen die beiden Raumschiffe *Discovery* und *Endeavour* vorbei.

	Discovery	*Endeavour*
Zum aktuellen Zeitpunkt befinden sich die Raumschiffe vom Saturn aus gesehen an folgenden Postionen:	$Q(5\|2\|3)$	$P(3\|9\|8)$
Die Raumschiffe bewegen sich gradlinig in folgende Richtungen:	$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 2{,}5 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}4 \\ -\frac{\sqrt{7}}{5} \end{pmatrix}$
Dabei haben Sie folgende Geschwindigkeiten:	$18\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$	$12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Forschungsauftrag

a) Zeigen Sie, dass sich die Flugbahnen der beiden Raumschiffe nicht schneiden.

Lösung 5

b) Wie nahe kommen sich die beiden Raumschiffe? Nach welcher Zeit ist der Abstand zwischen den Raumschiffen am geringsten?

Lösung 6

c) Zu welchem Zeitpunkt befinden sich die beiden Raumschiffe auf einer „Flugebene“ parallel zur Ebene $x_1 x_2$?

Lösung 7

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.
2017 Henrik Horstmann