

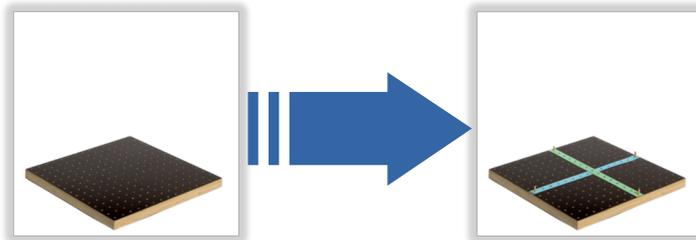


Lage von Geraden

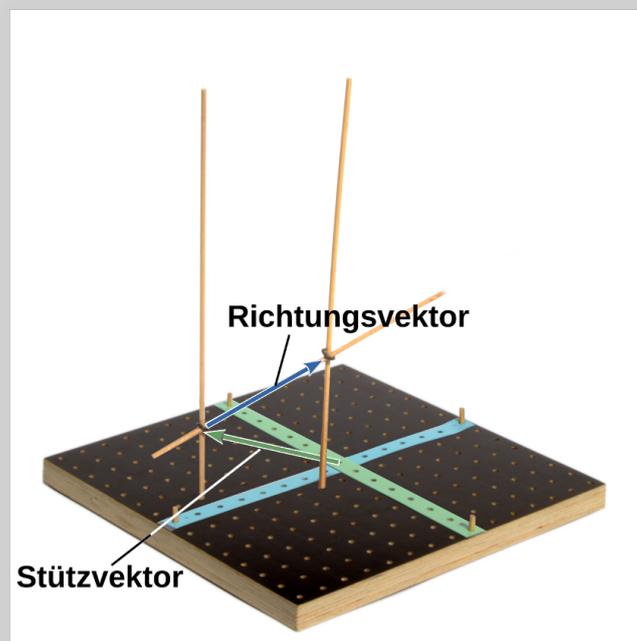
Vorbereiten des 3D-Modells

Auf der Grundplatte ein Koordinatensystem mit folgenden Eigenschaften festlegen:

- ◆ blau $\hat{=}$ x_1 , grün $\hat{=}$ x_2
- ◆ $-4 \leq x_1 \leq 10 \wedge -4 \leq x_2 \leq 10$



Im folgenden Forschungsauftrag sollen verschiedene Geraden im 3D-Modell platziert werden. Gehen Sie dabei wie in folgendem Schaubild vor:





Forschungsauftrag 1

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Platzieren Sie g_1 und g_2 im 3D-Modell und beschreiben Sie in Worten die Lage der beiden Geraden zueinander.

Lösung 1 

- b) Berechnen Sie die Anzahl an Lösungen des LGS

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Lösung 2 

- c) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Lage der Geraden und der Anzahl der Lösungen?

Lösung 3 

Forschungsauftrag 2

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a) Platzieren Sie g_1 und g_2 im 3D-Modell und beschreiben Sie in Worten die Lage der beiden Geraden zueinander.

Lösung 4 

- b) Berechnen Sie die Anzahl an Lösungen des LGS

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Lösung 5 

- c) Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Ergebnissen aus a) und b) her.

Lösung 6 





Forschungsauftrag 3

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Platzieren Sie g_1 und g_2 im 3D-Modell und beschreiben Sie in Worten die Lage der beiden Geraden zueinander.

Lösung 7

- b) Berechnen Sie die Anzahl an Lösungen des LGS

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Lösung 8

- c) Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Ergebnissen aus a) und b) her.

Lösung 9

Forschungsauftrag 4

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) Platzieren Sie g_1 und g_2 im 3D-Modell und beschreiben Sie in Worten die Lage der beiden Geraden zueinander.

Lösung 10

- b) Berechnen Sie die Anzahl an Lösungen des LGS

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + p_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + p_2 \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösung 11

- c) Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Ergebnissen aus a) und b), sowie den Richtungsvektoren her.

Lösung 12



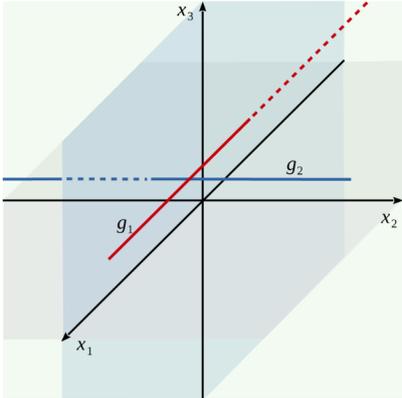


Vektorgeometrie

Schussfolgerung

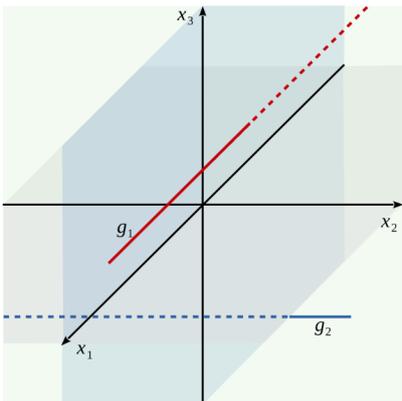
$$g_1: \vec{x} = \vec{s}_1 + p_1 \cdot \vec{r}_1 \quad \wedge \quad g_2: \vec{x} = \vec{s}_2 + p_2 \cdot \vec{r}_2$$

Ordnen Sie den Schaubildern entsprechende Aussagen zu.

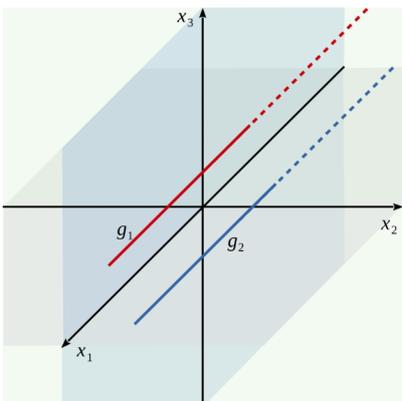


g_1 und g_2 sind parallel

besitzt genau eine Lösung
 $\vec{s}_1 + p_1 \cdot \vec{r}_1 = \vec{s}_2 + p_2 \cdot \vec{r}_2$



g_1 und g_2 schneiden sich nicht
und sind nicht parallel



besitzt keine Lösung
 $\vec{s}_1 + p_1 \cdot \vec{r}_1 = \vec{s}_2 + p_2 \cdot \vec{r}_2$

besitzt keine Lösung
es gibt ein $k \in \mathbb{R}$ mit $\vec{r}_1 = k \cdot \vec{r}_2$

g_1 und g_2 schneiden sich

Lösung 13

