

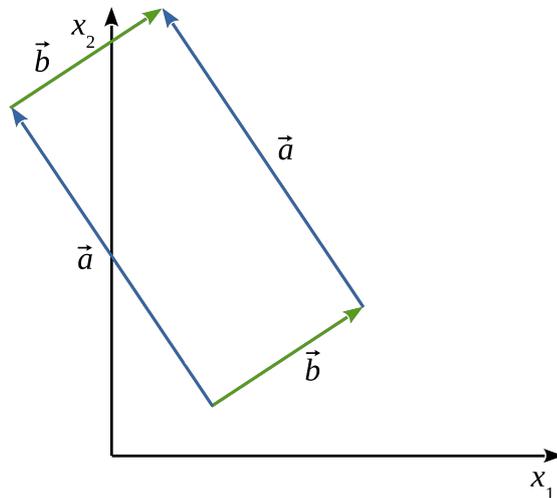


Skalarprodukt

Ausgangssituation

Nebenstehendes Schaubild zeigt

die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$:



Forschungsauftrag

- Welche Form wird von den Vektoren eingeschlossen?
- Welche Aussagen können Sie zu den Seiten, Diagonalen und Winkeln der Form machen?
- Bestimmen Sie die Vektoren, die den Diagonalen entsprechen.

Lösung 1

Lösung 2

Lösung 3

Schlussfolgerungen

Wenn zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} vom selben Punkt ausgehen, wie groß ist dann der Winkel, den \vec{a} und \vec{b} einschließen, wenn $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$?

Lösung 4

Bringen Sie die einzelnen Umformungsschritte in eine logische Reihenfolge:

Lösung 5

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

⇒

⇒

⇒

⇒

⇒

$$a_1^2 + 2a_1b_1 + b_1^2 + a_2^2 + 2a_2b_2 + b_2^2 = a_1^2 - 2a_1b_1 + b_1^2 + a_2^2 - 2a_2b_2 + b_2^2$$

$$\sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2} = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$$

$$4(a_1b_1 + a_2b_2) = 0$$

$$(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2$$

$$4a_1b_1 + 4a_2b_2 = 0$$



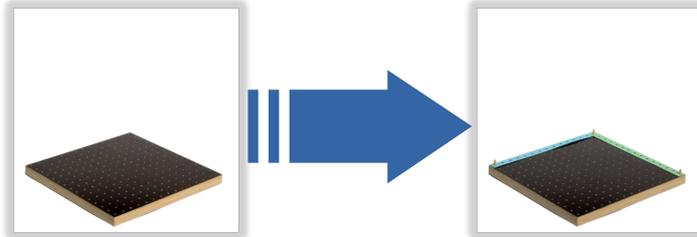


Vektorgeometrie

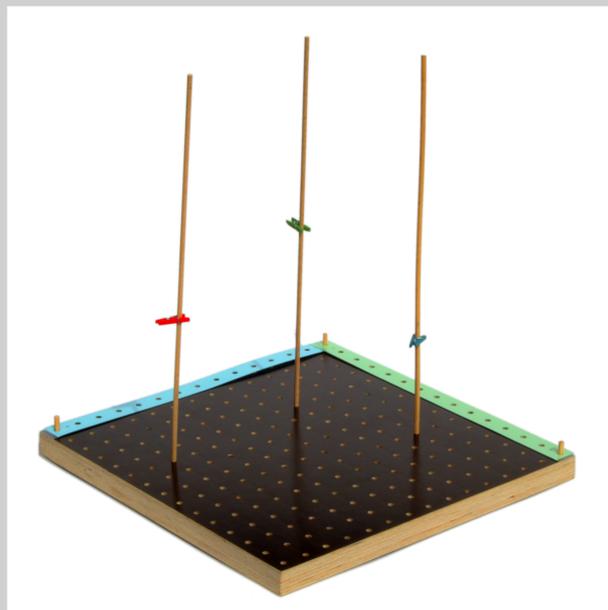
$$\Rightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$$

Aufbau des 3D-Modells

Auf der Grundplatte ein Koordinatensystem festlegen (blau $\hat{=}$ x_1 , grün $\hat{=}$ x_2):



Platzieren Sie die Punkte $P(5 | 4 | 10)$, $Q(12 | 5 | 5,5)$ und $S(3 | 9 | 8)$:



Forschungsauftrag

- a) Prüfen Sie durch Messen mit dem Geodreieck, ob die Vektoren $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ und $\vec{s} = \overrightarrow{PS}$ orthogonal¹ zueinander sind ($\vec{v} \perp \vec{s}$).
- b) Bestimmen Sie die Vektoren \vec{v} und \vec{s} .

Tipps 1

Lösung 6

1 Orthogonal heißt senkrecht zueinander.





Vektorgeometrie

- c) Übertragen Sie die Schlussfolgerung aus dem zweidimensionalen Raum (siehe oben) auf den dreidimensionalen Raum und zeigen Sie rechnerisch am Beispiel von \vec{v} und \vec{s} , dass die Bedingung ebenfalls gilt.

Lösung 7 

Definition

Das Produkt zweier Vektoren

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

heißt **Skalarprodukt**.

Satz

Zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} sind orthogonal zueinander ($\vec{a} \perp \vec{b}$), wenn

$$\vec{a} \circ \vec{b} =$$

Ergänzen Sie vorstehende Gleichung.

Lösung 8 

