Integralrechnung (Aufgaben)

Aufgabe 1

Sei K_f die Kurve einer Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$. Weiter ist K_p eine nach unten geöffnete Parabel 2. Ordnung. K_p ist symmetrisch zur y-Achse. K_p und K_f schneiden sich im Punkt $P(2 \mid 1)$. Die von K_p, K_f und der Geraden $x=-2$ eingeschlossene Fläche hat einen Inhalt von $\frac{14}{3}$FE. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung zu K_p.

Aufgabe 2

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2$ und K_f die Kurve zu f. K_f und die x-Achse schließen eine Fläche A ein.

1. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche A.
2. Die Gerade $x=2$ unterteilt die Fläche A in zwei Teilflächen. Berechnen Sie die Differenz der beiden Teilflächen.
3. Die Gerade $x=u$ $(u\in[0;3])$ unterteilt die Fläche A in zwei Teilflächen. Bestimmen Sie u so, dass die Differenz der beiden Teilflächen 2FE beträgt.

Aufgabe 3

Sei K_f das Schaubild von f mit $f(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$ und g eine Gerade mit der Gleichung $y=x+\frac{1}{2}$.

1. g soll um den Punkt $P\left(0 \;\middle|\; \frac{1}{2}\right)$ so gedreht werden, dass sie K_f im Punkt $S\left(4 \;\middle|\; \frac{e^2}{2}\right)$ schneidet. Diese neue Gerade soll h heißen. Geben Sie eine exakte Gleichung von h an.
2. Zeigen Sie, das h und K_f nur zwei Schnittpunkte haben.
3. h und K_f schließen eine Fläche ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche.

Aufgabe 4

Gegeben sind die Funktionen f und h mit $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-\frac{2}{3}e\,x+2$ und $h(x)=e^{\frac{x}{2}}-e+2$. Bestimmen Sie eine Zahl für $u>0$, so dass folgende Gleichung gilt: $\int_0^u (f(x)-h(x))dx=0$.

Erklären Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe von zwei geeigneten Flächenstücken und markieren Sie diese im nebenstehenden Schaubild.