Link zur Mindmap

Funktionen, ihre Schaubilder und Gleichungen

Schnittpunkt mit der y-Achse

$S_y(0\,|\,f(0))$

Der Graph einer ganzrationalen Funktion $f(x)=ax^n+bx^{n-1}+\ldots+dx+c$ schneidet die y-Achse im Punkt $S_y(0\,|\,c)$

Schnittpunkte mit der x-Achse

Lösen der Gleichung

$$f(x)=0$$

ergibt die Nullstellen $x_1,\ldots,x_n \in \mathbb{R}$.
Schnittpunkte mit der x-Achse:
$S_1(x_1\,|\,0),\ldots,S_n(x_n\,|\,0)$

$f(x)=ax^n+bx^{n-1}+\ldots+dx+c$
f hat maximal n Nullstellen.
Ist n ungerade, so hat f mindestens eine Nullstelle, sonst kann f auch keine Nullstelle besitzen.

doppelte Lösung
$\Rightarrow$ Berührpunkt
dreifache Lösung
$\Rightarrow$ Sattelpunkt

$$ax^2+c=0 \Rightarrow ax^2=-c \Rightarrow x^2=-\frac{c}{a} \Rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$ax^2+bx=0 \Rightarrow x(ax+b)=0 \Rightarrow x=0 \vee ax+b=0 \Rightarrow x=0 \vee x=-\frac{b}{a}$$

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad a,b,c\in\mathbb{R}^*$$

$$ax^4+bx^2+c=0$$

$$\underset{u=x^2}{\Rightarrow} au^2+bu+c=0$$

$$u=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x^2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

(max. 4 Lösungen)

$$ae^{kx}+c=0 \Rightarrow ae^{kx}=-c \Rightarrow e^{kx}=-\frac{c}{a} \Rightarrow kx=\ln\left(-\frac{c}{a}\right) \Rightarrow x=\frac{\ln\left(-\frac{c}{a}\right)}{k}$$

$$ae^{kx}x^n+be^{kx}x^m=0 \Rightarrow e^{kx}(ax^n+bx^m)=0 \Rightarrow ax^n+bx^m=0$$

$$ae^{kx}x^n+bx^n=0 \Rightarrow x^n(ae^{kx}+b)=0 \Rightarrow x=0 \vee ae^{kx}+b=0$$

$$ae^{(k+1)x}+be^{kx}=0 \Rightarrow e^{kx}(ae^x+b)$$

$$ae^{2x}+be^x+c=0 \underset{u=e^x}{\Rightarrow} au^2+bu+c=0 \Rightarrow u=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow e^x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\ln\left(\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

$a,b,c\in\mathbb{R}^*$

$$(a-x)(b-x)\ldots(c-x)=0$$

$$\Rightarrow x=a \vee x=b \vee \ldots \vee x=c$$

Schnittpunkte von Graphen

Lösen der Gleichung

$$f(x)=g(x) \;\Rightarrow\; f(x)-g(x)=0$$

ergibt die Schnittstellen $x_1,\ldots,x_n\in\mathbb{R}$ der Graphen K_f und K_g.
Schnittpunkte von K_f und K_g:
$S_1(x_1\,|\,f(x_1)),\ldots,S_n(x_n\,|\,f(x_n))$