Substitution 1:

Gleichung:

$$-2\,e^{2x}+6\,e^{x}+8=0$$

Lösung:

Löse nach x auf:

$$\begin{aligned}
-2\,e^{2x}+6\,e^{x}+8 &= 0\\
-2\,e^{2(x)}+6\,e^{x}+8 &= 0\\
-2\left(e^{(x)}\right)^2+6\,e^{x}+8 &= 0 \quad \Big| \text{ Substituton: } e^{x} \to u\\
-2\,u^2+6\,u+8 &= 0
\end{aligned}$$

mit $a=-2,\ b=6$ und $c=8$ in die Lösungsformel einsetzen:

$$u_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-2)\cdot 8}}{2\cdot(-2)}$$

$$\begin{aligned}
u_{1,2} &= \frac{-6\pm 10}{-4}\\
u_1 &= -1\\
u_2 &= 4
\end{aligned}$$

Rücksubstituton: $u \to e^{x}$

u_1: $e^{x}=-1$

hat keine Lösung

u_2: $e^{x}=4$

$$\begin{aligned}
e^{x} &= 4 \quad \big|\ \ln\\
x &= \ln(4)\\
x &\approx 1{,}3863
\end{aligned}$$

$x_1=\ln(4)$

$L=\{\ln(4)\}$

Substitution 2:

Gleichung:

$$e^{2x} - 4e^{-2x} + 3 = 0$$

Lösung:

Löse nach x auf:

$$\begin{aligned} e^{2x} - 4e^{-2x} + 3 &= 0 \quad \Big| \cdot e^{2x} \\ e^{4x} + 3e^{2x} - 4 &= 0 \\ e^{2(2x)} + 3e^{2x} - 4 &= 0 \\ \left(e^{(2x)}\right)^2 + 3e^{2x} - 4 &= 0 \quad \Big| \text{ Substituton: } e^{2x} \rightarrow u \\ u^2 + 3u - 4 &= 0 \end{aligned}$$

mit $a=1$, $b=3$ und $c=-4$ in die Lösungsformel einsetzen:

$$u_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$\begin{aligned} u_{1,2} &= \frac{-3 \pm 5}{2} \\ u_1 &= 1 \\ u_2 &= -4 \end{aligned}$$

Rücksubstituton: $u \rightarrow e^{2x}$

u_1: $e^{2x} = 1$

$$\begin{aligned} e^{2x} &= 1 \quad \Big| \ln \\ 2x &= \ln(1) \quad \Big| \div 2 \\ x &= \frac{\ln(1)}{2} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$x_1 = 0$

u_2: $e^{2x} = -4$

hat keine Lösung

$L = \{0\}$