Aufgaben zur mittleren Änderungsrate

Änderungsraten berechnen

Berechnen Sie für folgende Funktionen die absolute und mittlere Änderungsrate zwischen den angegebenen Stellen x_1 und x_2, $x \in \mathbb{R}$.

a) $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x - 1$
$x_1 = 1 \ \wedge \ x_2 = 3$

b) $f(x) = \frac{1}{40}\left(x^4 - 21x^2 - 20x + 280\right)$
$x_1 = 0 \ \wedge \ x_2 = 4$

c) $f(x) = \frac{1}{7\mathrm{e}^5}(x-2)\mathrm{e}^{x-2} + \frac{2}{7}$
$x_1 = 2 \ \wedge \ x_2 = 7$

d) $f(x) = \sqrt{2} \cdot \sin(x)$
$x_1 = \frac{\pi}{3} \ \wedge \ x_2 = \frac{\pi}{4}$

Mittlere Änderungsrate – Terme

Geben Sie für folgende Funktionen einen Term zur Berechnung der mittleren Änderungsrate zwischen den Stellen $x_1 \in D$ und $x_2 \in D$ an (D ist die Definitionsmenge der jeweiligen Funktion). Der Term soll so weit wie möglich vereinfacht werden.

a) $f(x) = 2x^3 - x$; $x \in \mathbb{R}$
Tipp:
$x^3 - y^3 = (x-y)\left(x^2 + x\,y + y^2\right)$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$; $x \in \mathbb{R}^*$

c) $f(x) = (x-2)(x+3)$ $x \in \mathbb{R}$

Mittlere Änderungsrate – Eigenschaften

a) f ist eine Funktion mit $f(x) = (x+3)(x^2 - 3x + 2) - 1/2$, $x \in \mathbb{R}$. Geben Sie alle Werte für $h \neq 0$ an, so dass die mittlere Änderungsrate von f zwischen den Stellen $x_1 = -3$ und $x_2 = -3 + h$ Null ist.

b) g ist eine Funktion mit $g(x) = \mathrm{e}^{x-1}$, $x \in \mathbb{R}$. m_h ist die mittlere Änderungsrate von g zwischen den Stellen x und $x+h$. Für zwei Zahlen $n, m \in \mathbb{R}$ gilt $n < m$. Erklären Sie, warum $m_n < m_m$ ist.

c) Eine Funktion p hat die Funktionsgleichung $p(x) = \frac{1}{2}\left((x^2 - 7x + 10)(x+2) + 6\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie ein Intervall für $h > 0$, so dass die mittlere Änderungsrate von p zwischen den Stellen $x_1 = 2$ und $x_2 = 2 + h$ negativ ist.

Lösung: https://www.henriks-mathewerkstatt.de/2295.Differentialrechnung.Mittlere_Aenderungsrate.Aufgaben.L.pdf