

## Aufgaben zum Mittelwert

### Mittelwert berechnen

Berechnen Sie jeweils den Mittelwert der Funktionswerte auf den angegebenen Intervallen.

a)  $f(x) = x^2 - x - 2$ ;  $[-2; 4]$

b)  $h(x) = \sin(x)$ ;  $[\pi; 2\pi]$


### Fragen rund um den Mittelwerte

a)  $f$  und  $h$  sind Funktionen mit  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 7x + 1$  und  $h(x) = -\frac{5}{3}(x^2 - 5x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

(1) Vergleichen Sie die Mittelwerte von  $f$  und  $h$  auf dem Intervall  $[2; 8]$ .

(2)  $p$  ist eine Funktion, die auf dem Intervall  $[2; 8]$  den gleichen Mittelwert wie  $f$  hat. Außerdem gibt es ein  $x_0 \in \mathbb{R}$  für das  $p'(x_0) \neq 0$  ist. Geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung für  $p$  an.

b)  $f$  ist eine Funktion mit  $f(x) = (x - k)(x + 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Bestimmen Sie  $k$ , so dass  $f$  auf dem Intervall  $[5; 7]$  den Mittelwert  $\frac{1}{3}$  hat.

 c)  $h$  ist eine auf dem Intervall  $[5; 9]$  stetige Funktion. Außerdem ist  $\int_5^9 h(x) dx = 12$ .

Zeigen Sie, dass es ein  $x_0 \in [5; 9]$  gibt, so dass  $h(x_0) = 3$  ist.

### Anwendungsbezug

a) Ein Fahrzeug beschleunigt für 20 Sekunden. Zum Zeitpunkt  $t$  (in Sekunden) gibt  $f(t) = \frac{3}{40}t^2$  die Geschwindigkeit in m/s an. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit innerhalb der 20 Sekunden.

b) Während der Schneeschmelze in den Bergen nimmt das Wasser in einem Fluss stetig zu. Der Fluss mündet in einen See. Die Wassermenge im See wird durch die Funktion  $h(t) = e^{2t} + 3$  beschrieben.  $h(t)$  ist dabei in 1000 l und  $t$  die Zeit in Stunde. Wie viel Wasser befindet sich innerhalb der ersten 5 Stunden durchschnittlich im See?

c) Aus erhobenen Messwerten einer Wetterstation wird der Temperaturverlauf der Außentemperatur an einem Tag zwischen 0 Uhr und 24 Uhr durch die Funktion  $f(t) = \frac{1}{125}t^3 - \frac{1}{3}t^2 + \frac{5}{2}t + 10$  modelliert. Dabei ist die Temperatur in °C und die Zeit  $t$  in Stunden angegeben.

(1) Wie hoch war die Außentemperatur um 13:15 Uhr?

(2) Zu welcher war die Temperatur am höchsten? Geben Sie die Uhrzeit in Stunden und Minuten an.

(3) Wie hoch war die Durchschnittstemperatur zwischen 06:30 Uhr und 18:00 Uhr?

Lösung: <https://www.henriks-mathewerkstatt.de/2389.Integralrechnung.Mittelwert.Aufgaben.L.pdf>

