Aufgaben zu globales Verhalten von Exponentialfunktionen

Globales Verhalten

Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen das globale Verhalten für $x \to \infty$: $x \in \mathbb{R}$

ohne Hilfsmittel

a) $f(x)=0{,}8^x$

b) $f(x)=25^x$

c) $f(x)=\frac{6^x}{1000}$

d) $f(x)=\frac{2}{5^x}$

e) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x+3$

f) $f(x)=-4^x-5$

g) $f(x)=-\left(\frac{4}{5}\right)^x+\frac{1}{5}$

h) $f(x)=0{,}6^x+x-2$

i) $f(x)=-\pi^x-2x$

Asymptoten

Entscheiden Sie ob die Graphen zu f eine Asymptote[1] besitzen und geben Sie gegebenen Falls die Gleichung der Asymptote an. $x \in \mathbb{R}$

ohne Hilfsmittel

a) $f(x)=2{,}4^x$

b) $f(x)=\left(\frac{1}{6}\right)^x$

c) $f(x)=2\cdot 0{,}6^x-4$

d) $f(x)=0{,}3\pi^x+0{,}6$

e) $f(x)=7^x-\pi$

f) $f(x)=\frac{1}{3^x}-\frac{1}{4}x$

g) $f(x)=0{,}4^x+x^2$

h) $f(x)=2+6^x-3$

i) $f(x)=x-\pi^x+2$

Funktionsgleichungen Bestimmen

f ist eine Exponentialfunktion und K_f der Graph von f. Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von f, so dass

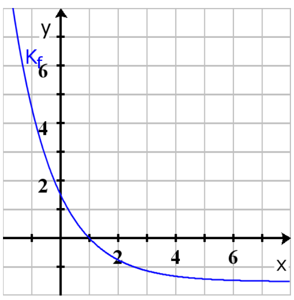
a) $P=(1|-1)$ und $Q=(3|7)$ liegen auf K_f und die Gerade mit der Gleichung $y=-2$ ist eine Asymptote von K_f.

b) K_f schneidet die y-Achse bei $y=2{,}75$. Die Gerade mit der Gleichung $y=\frac{3}{4}$ ist Asymptote von K_f und es ist $f(5)=0{,}8125$.

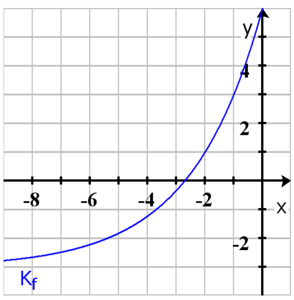
c) Die Gerade mit der Gleichung $y=-0{,}5x+0{,}5$ ist Asymptote von K_f und der Punkt $S=(-1|-1)$ liegt auf K_f.

Bestimmen Sie aus den Graphen die Funktionsgleichungen der Exponentialfunktionen.

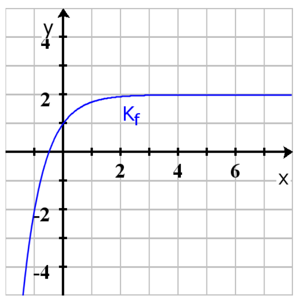
d)



e)



f)



1 Asymptote ist eine Gerade, der sich die Kurve immer weiter nähert.

Lösung: https://www.henriks-mathewerkstatt.de/2054.Exponentialfunktionen.Globales_Verhalten.Aufgaben.L.pdf

Lösungen zu Aufgaben zu globales Verhalten von Exponentialfunktionen

Globales Verhalten

a) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0$

b) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$

c) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$

d) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0$

e) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 3$

f) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -5$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$

g) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \frac{1}{5}$

h) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$

i) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$
$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$

Asymptoten

a) asymptote: $y=0$

b) asymptote: $y=0$

c) Asymptote: $y=-4$

d) asymptote: $y=0{,}6$

e) asymptote: $y=-\pi$

f) asymptote: $y=-\frac{1}{4}x$

g) hat keine Asymptote

h) asymptote: $y=-1$

i) asymptote: $y=x+2$

Funktionsgleichungen Bestimmen

a) $f(x)=a\cdot b^x+c$
g: $y=-2$ ist Asymptote $\Rightarrow c=-2$
$f(1)=a\cdot b-2=-1 \wedge f(3)=a\cdot b^3-2=7$
$a=\frac{1}{b} \wedge \frac{1}{b}\cdot b^3=b^2=9 \Rightarrow b=3 \Rightarrow a=\frac{1}{3} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot 3^x-2$

b) $f(x)=a\cdot b^x+c$
g: $y=\frac{3}{4}$ ist Asymptote $\Rightarrow c=\frac{3}{4}$
$f(0)=a+\frac{3}{4}=2{,}75 \wedge f(5)=a\cdot b^5+\frac{3}{4}=0{,}8125$
$a=2 \wedge 2\cdot b^5+\frac{3}{4}=0{,}8125 \Rightarrow b^5=0{,}03125 \Rightarrow b=0{,}5 \Rightarrow f(x)=2\cdot 0{,}5^x+\frac{3}{4}$

c) $f(x)=a\cdot b^x-0{,}5x+0{,}5$
$f(-1)=a\cdot b^{-1}-0{,}5(-1)+0{,}5=-1$
$a\cdot\frac{1}{b}=-2 \Rightarrow a=-2b$
wähle $b=2 \Rightarrow a=-4 \Rightarrow f(x)=-4\cdot 2^x-0{,}5x+0{,}5$

d) $f(x)=a\cdot b^x-\frac{3}{2}$

$f(0)=a-\frac{3}{2}=\frac{3}{2} \;\wedge\; f(1)=a\cdot b-\frac{3}{2}=0$

$a=3 \;\wedge\; 3\cdot b=\frac{3}{2} \;\Rightarrow\; b=\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; f(x)=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{3}{2},\; x\in\mathbb{R}$

e) $f(x)=a\cdot b^x-3$

$f(-2)=a\cdot b^{-2}-3=1 \;\wedge\; f(-1)=a\cdot b^{-1}-3=3$

$a=4b^2 \;\wedge\; 4b^2\cdot\frac{1}{b}=6 \;\Rightarrow\; b=\frac{3}{2} \;\Rightarrow\; a=9 \;\Rightarrow\; f(x)=9\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x-3,\; x\in\mathbb{R}$

f) $f(x)=a\cdot b^x+2$

$f(-1)=a\cdot b^{-1}+2=-2 \;\wedge\; f(0)=a+2=1$

$a=-1 \;\wedge\; -\frac{1}{b}=-4 \;\Rightarrow\; b=\frac{1}{4} \;\Rightarrow\; f(x)=-\left(\frac{1}{4}\right)^x+2,\; x\in\mathbb{R}$