Aufgaben zu Tangenten

a) K_f ist der von $f(x) = -2x^4+2x^3+x^2$, $x \in \mathbb{R}$.
Stellen Sie an der Stelle $x_0=-2$ die Tangenten- und Normalengleichung auf.
Bestimmen Sie rechnerisch die Stellen, an denen K_f waagerechte Tangenten besitzt.

b) K_f ist der Graph von $f(x) = \frac{1}{15}x^4 - \frac{4}{15}x^2 - 2$, $x \in \mathbb{R}$.
Zeigen Sie dass die Gerade mit der Gleichung $y=-2$ eine Tangente an K_f ist.
Berechnen Sie die exakten Berührungspunkte von K_f und K_h. Dabei ist K_h der Graph der Funktion h mit $h(x) = \frac{4}{15}x^2 - \frac{46}{15}$, $x \in \mathbb{R}$.

c) K_f ist der Graph $f(x) = -2\sin\left(\frac{1}{3}x\right) + \sqrt{3}$, $x \in \mathbb{R}$. K_h ist der Graph von $h(x) = 2e^{-\frac{1}{3}x+\pi} - 2 + \sqrt{3}$, $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass sich K_f und K_h an der Stelle $x = 3\pi$ berühren.

d) Die Funktion f mit $f(x) = \sin(ax)$ hat das Schaubild K_f, $\left(0 < a < \frac{\pi}{2}\right)$. Bestimmen Sie a, so dass K_f an der Stelle $x = 3$ die Steigung $m = 0$ hat.

e) K_f der Graph ist der Graph von $f(x) = -\frac{1}{10}x^5 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x - 1$, $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie alle Tangenten an K_f, die parallel zur Geraden mit der Gleichung $y = -\frac{3}{2}x - 1$ sind.

f) Die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}e^{ax-6} - \frac{a}{2}x$, $a \in \mathbb{R}^*$, $x \in \mathbb{R}$ hat den Graphen K_f.
Bestimmen Sie a, so dass K_f an der Stelle $x=3$ eine waagerechte Tangente besitzt.

g) Zeigen Sie, dass die Kurve K_f der Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = \frac{1}{10}x^5 - \frac{5}{6}x^3 + 7x + \frac{2}{3}, \quad x \in \mathbb{R}$$

vier Tangenten mit der Steigung $m = 5$ hat.

h) Zeigen Sie, dass die Gerade mit der Gleichung $y = e^{-2}x + \frac{5}{2}e^{-2}$ eine Tangente an K_f ist, wobei f eine Funktion mit folgender Funktionsgleichung ist:

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^{-2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

i) Sei K_f der Graph der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$, $x \in \mathbb{R}$. Weiter ist g eine Gerade mit $y = -x - \frac{1}{2}$. Zeigen sie, dass g eine Tangente an K_f ist.

j) An wie vielen Stellen hat die Kurve K_f der Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 2x^3 - x + 3, \quad x \in \mathbb{R}$$

die Steigung $m = -1$?

