Aufgaben zu Symmetrien, Verschieben und Strecken

Symmetrien

Untersuchen Sie die Graphen der folgenden Funktionen auf Symmetrien und begründen Sie Ihre Aussagen:

a) $f(x)=x^2+4$, $x\in\mathbb{R}$

b) $f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{x^2}{4}+x$, $x\in\mathbb{R}$

c) $f(x)=e^x$, $x\in\mathbb{R}$

d) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$, $x\in[-1;\ 1]$

e) $f(x)=\frac{x}{|x|}\sqrt{4-x^2}$, $x\in[-2;\ 2]\setminus\{0\}$

f) $f(x)=\left(4-x^3\right)^4$, $x\in\mathbb{R}$

g) $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$

h) $f(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$, $x\in\mathbb{R}$

Verknüpfen Sie die beiden Funktionen f und h so miteinander, dass der Graph der neu entstandenen Funktion Symmetrie Eigenschaften besitzt.

i) $f(x)=x^2-6x+9 \ \wedge\ h(x)=x^2(x+3)^2;\ x\in\mathbb{R}$

j) $f(x)=e^{-x} \ \wedge\ h(x)=e^x;\ x\in\mathbb{R}$

k) $f(x)=e^{-x^2} \ \wedge\ h(x)=x;\ x\in\mathbb{R}$

l) $f(x)=x^2-2x \ \wedge\ h(x)=x^3+1;\ x\in\mathbb{R}$

Verschieben

Geben neue Funktionen (h) an, deren Graphen den angegebenen Bedingungen entsprechen. $x\in\mathbb{R}$

a) $f(x)=x^2-x$, K_h entsteht, wenn K_f um 2 LE nach links und 3 LE nach oben verschoben wird.

b) $f(x)=(x+4)^5\cdot\sin(x)$, K_h entsteht, wenn K_f um 4 LE nach rechts und 5 LE nach unten verschoben wird.

Wie muss der Graph K_f verschoben werden, damit ...

c) … der Graph von $h(x)=\cos(x)$ entsteht. Dabei ist $f(x)=\sin(x)$.

d) … der Graph von $h(x)=e^{x+4}+x+5$ entsteht. Dabei ist $f(x)=e^x+x+1$.

e) … der Graph von $h(x)=(x-4)(x-3)$ entsteht. Dabei ist $f(x)=x^2-x$.

Strecken

Geben Sie eine Funktion f an, so dass …

a) … f die dreifache Periodenlänge wie h hat. Dabei ist $h(x)=\sin(\pi x)$.

b) … K_f durch Strecken von K_h entsteht und $P\left(4\middle|-\frac{5}{2}\right)$ auf K_f liegt. Dabei ist $h(x)=\frac{x^2}{2}+x-4$.

c) … f eine nach oben geöffnete Parabel 2. grades mit dem Scheitel $S(2|0)$ ist, so dass $P(3|2)$ unterhalb von K_f liegt.

